NÉHÁNY HASZNOS TIPP A MÓDSZEREKHEZ

AZ INTEGRÁLÁSBAN SZEREPEL: gyökös izé

A gyök alatti kifejezés lineáris

$$\int \frac{x+2}{\sqrt{x+7}}$$

Ebben az esetben érdemes helyettesítéssel próbálkozni:

$$\sqrt{valami\ kifejezés} = t$$

A gyök alatti kifejezés nem lineáris

$$\int \frac{2x+7}{\sqrt{x^2+7x}} \quad \text{vagy} \quad \int \frac{e^x+\cos x}{\sqrt[3]{e^x+\sin x}}$$

Ilyenkor általában érdemes átírni a gyökös izét

$$\sqrt[n]{valami} = (valami)^{\frac{1}{n}}$$

és utána már vagy

$$\int f^\alpha f' = \frac{f^{1+\alpha}}{1+\alpha} \ \textbf{S2} \ \text{vagy} \ \int \frac{f'}{f^\alpha} = \frac{f^{1-\alpha}}{1-\alpha} \ \textbf{T3}$$

Kivételt jelentenek a

$\sqrt{1-f}$; $f=\cos^2 t$

$\sqrt{1+f}$; $f=sh^2 t$

$\sqrt{f-1}$; $f=ch^2 t$

helyettesítések

AZ INTEGRÁLÁSBAN SZEREPEL: $\ln x$ vagy $\log_a x$

$$\int \frac{\ln^\alpha x}{x} dx$$

A törtből csinálunk szorzatot:

$$\int \frac{\ln^\alpha x}{x} dx = \int \ln^\alpha x \cdot \frac{1}{x} dx$$

ami már megoldható, hiszen $\int f^\alpha f'$ **S2**

$$\int \frac{\ln^\alpha x}{x^\beta} dx$$

A törtből csinálunk szorzatot:

$$\int \frac{\ln^\alpha x}{x^\beta} dx = \int \ln^\alpha x \cdot x^{-\beta} dx$$

ami már parciális integrálás **S3**.

Minden $\int \ln^\alpha x \cdot x^\beta dx$ típusú integrálás parciális integrálás.

AZ INTEGRÁLÁSBAN SZEREPEL: e^{valami} a^{valami} $\cos valami$ $\sin valami$

A kitevő vagy az argumentum tehát a *valami* lineáris.

$\int x \cdot e^{2x}$ $\int (8x+5) \cdot e^{-4x}$ $\int x^2 \cdot e^{3x+5}$

$\int x \cdot \sin(6x+7)$ $\int x \cdot \cos 2x$

$\int x \cdot \sin(-4x+3)$ $\int x \cdot \cos(-3x)$

$\int (x^3+x+1) \cdot e^{2x+4}$

Ilyenkor mindig parciális integrálással **S3** kell integrálni.

A kitevő vagy az argumentum tehát a *valami* nem lineáris.

$\int x \cdot e^{x^2}$ $\int 5x^2 \cdot e^{-x^3}$ $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot e^{\sqrt{x}}$ $\int x^2 \cdot e^{x^3+1}$

$\int (x+1) \cdot \cos(x^2+2x)$ $\int (x^2+2) \cdot \sin(x^3+6x)$

Ilyenkor ez biztosan nem parciális integrálás, hanem $\int f(g(x)) \cdot g'(x) = F(g(x))$ vagyis **S4**.

speciális esetek: $\int e^f \cdot f' = e^f$ és $\int a^f \cdot f' = \frac{a^f}{\ln a}$

$\int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ típusú racionális törtfüggvény integrálása

Ha a nevezőt szorzattá lehet alakítani, akkor alakítsuk szorzattá, majd bontsuk föl parciális törtekre

$$\int \frac{2x+2}{x^2+6x+8}dx = \int \frac{2x+2}{(x+2)(x+4)}dx =$$

$$= \int \frac{3}{x+4} - \frac{1}{x+2}dx = 3\ln|x+4| - \ln|x+2|$$

Ha a nevezőt nem lehet szorzattá alakítani, akkor alakítsuk ki a számlálóban a nevező deriváltját, aztán daraboljunk:

$$\frac{f'}{f} + arctg$$

$$\int \frac{2x+2}{x^2+6x+10}dx = \int \frac{\mathbf{2x+6}-4}{x^2+6x+10}dx =$$

$$= \int \frac{2x+6}{x^2+6x+10}dx - \int \frac{4}{x^2+6x+10}dx =$$

$$= \int \frac{2x+6}{x^2+6x+10}dx - 4\int \frac{1}{(x+3)^2+1}dx =$$

$$= \ln|x^2+6x+10| - 4arctg(x+3)$$