

Fejezet a cellularitás történetéből:

A celluláris automata



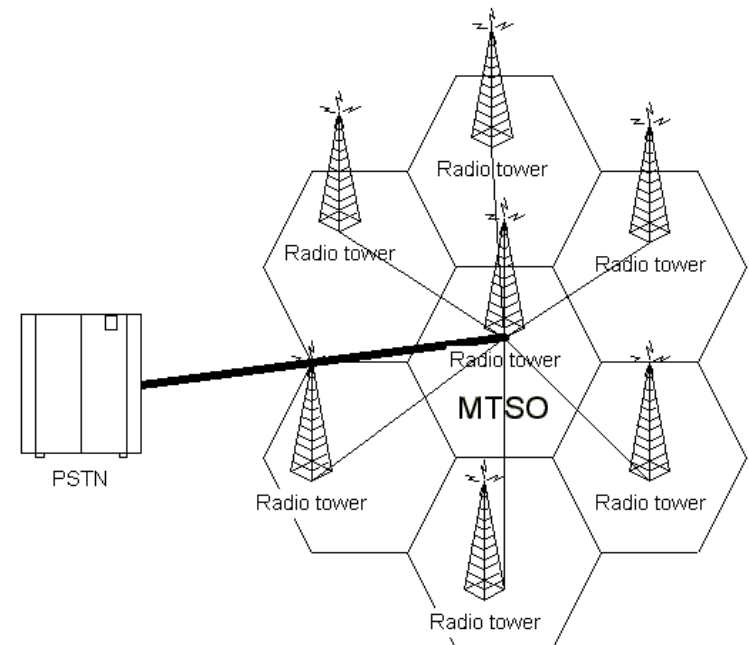
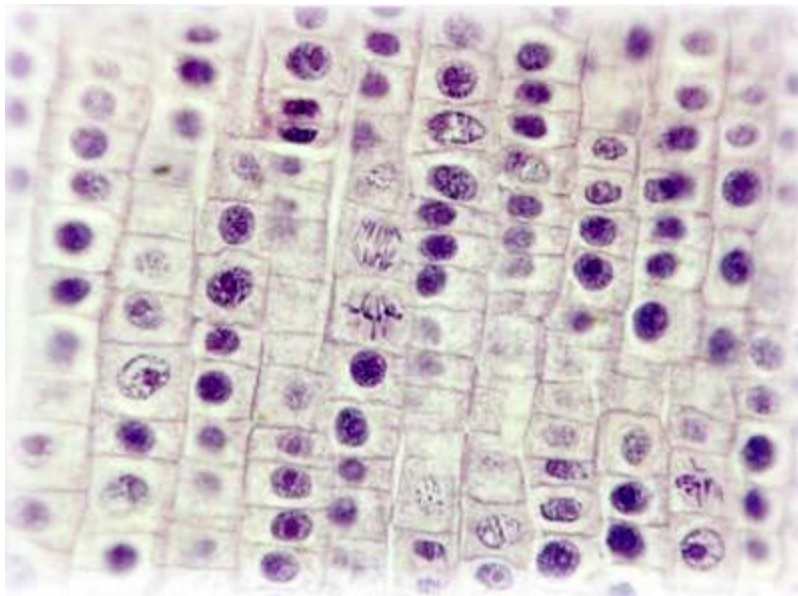
András Horváth

Cellularitás – a rész és az egész

Sejtszerű

Szabályos elrendezés (regularity)

Apró, azonos részekből felépülő (homogentiy)



Cellularitás – a rész és az egész

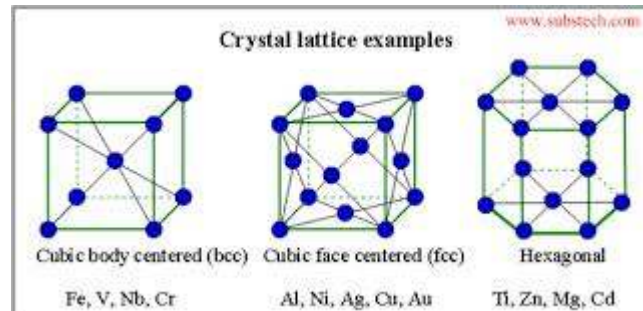
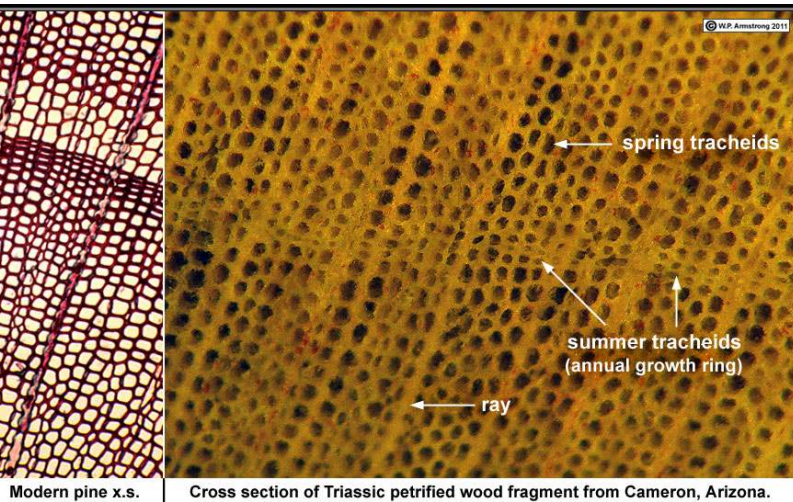
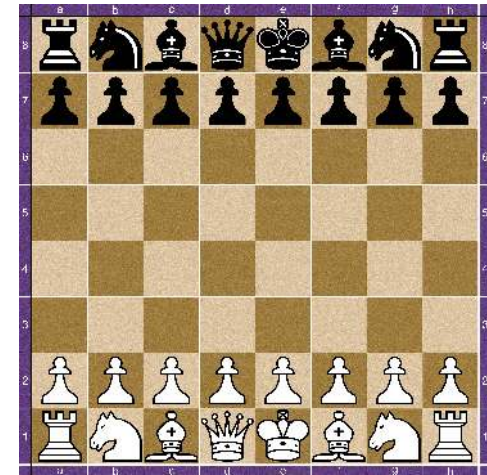
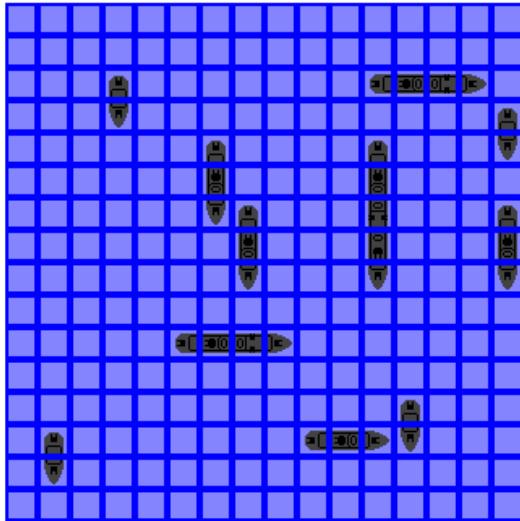
Kiemelkedés (Emergence): komplex mintázatok megjelenése 'viszonylag' egyszerű interakcióknak köszönhetően

Hangyák - hangyavár, városok

Mintagenerálás: érdekes, globális struktúrák kialakulása



Legegyszerűbb cellularitás

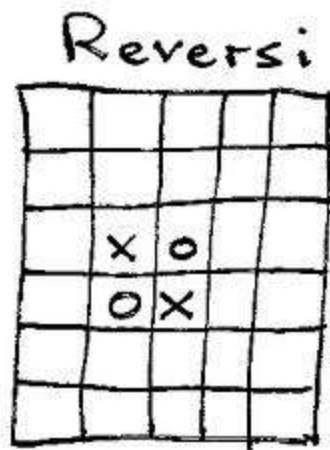


Celluláris automata

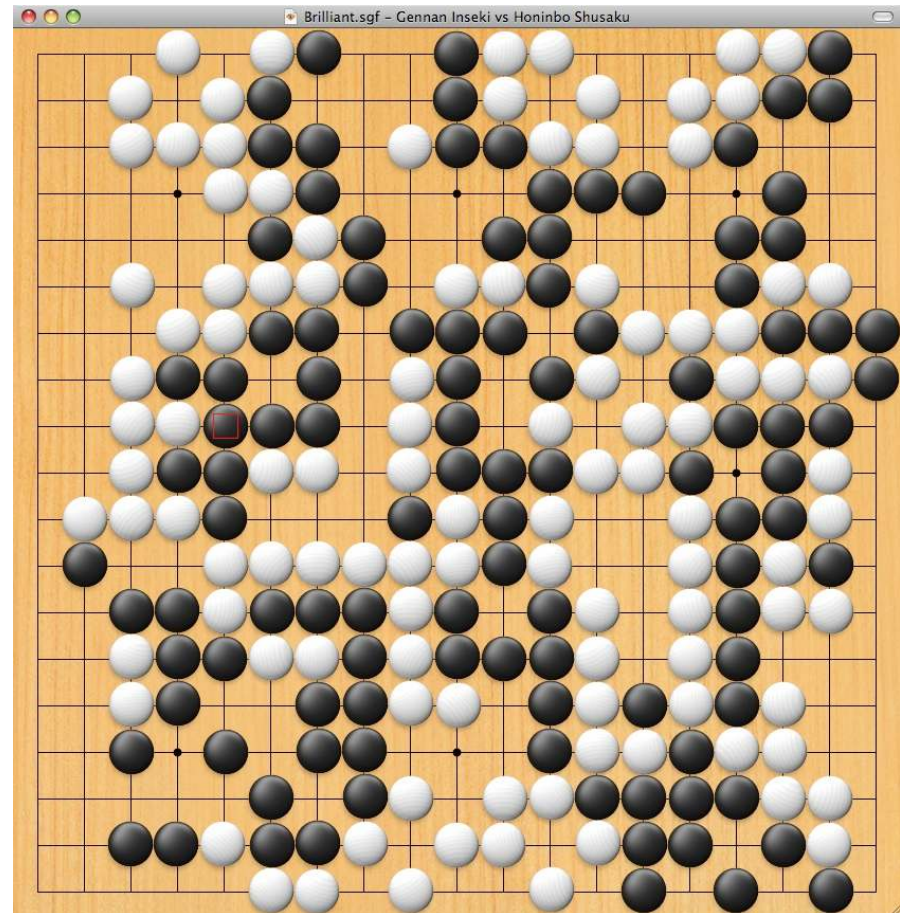
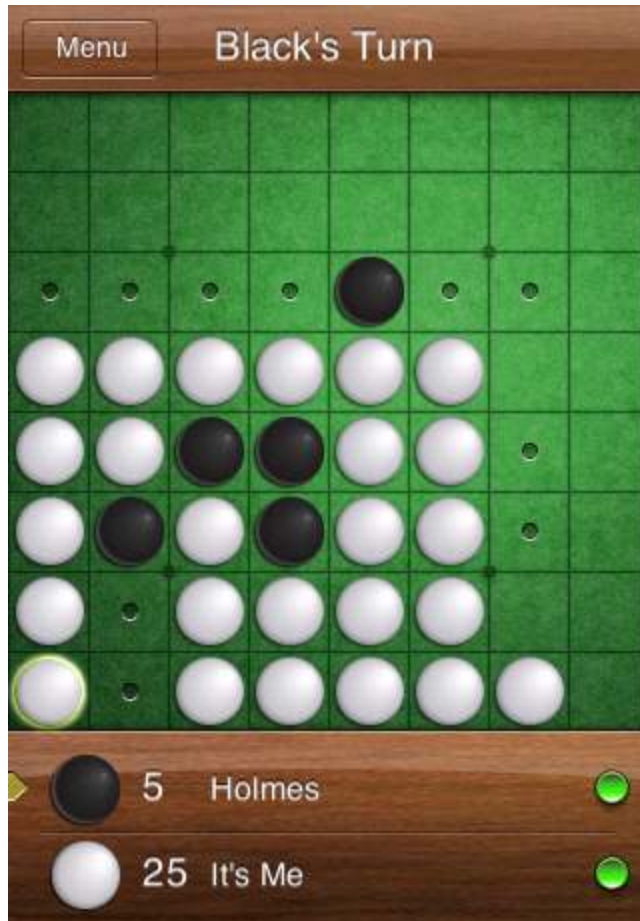
A "játéktér":

- N-dimenziós végtelen rács (a gyakorlatban néha véges)
- Minden cellának diszkrét, előre meghatározott állapota lehet (általában bináris)
- Minden cella csak a szomszédos cellákkal kommunikál
- Az állapotok szinkronizált, memóriamentes frissítése

Mintha egy négyzetrácsos lapon játszanánk megadott szabályok szerint



Celluláris automata



CA a gyakorlatban

- Sejtek
- Celluláris struktúra és minta generálás
- Tumor komplexitás
- Közlekedési dugók
- Erdőtűz
- Populációdinamika
- Zene, komponálás
(Xenakis)

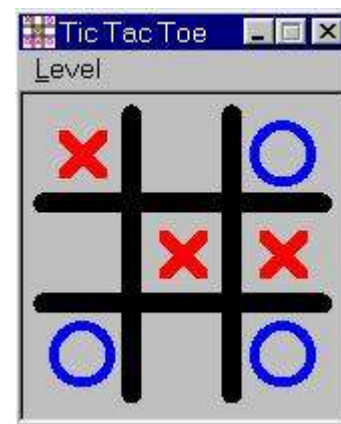


Belousov-Zabotinsky reakció

The Belousov Zhabotinsky
reaction: 8x normal speed

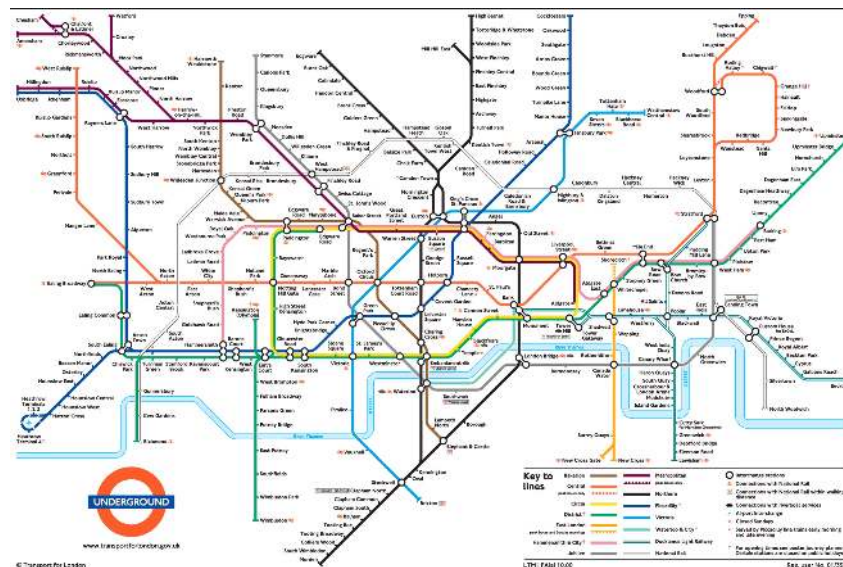
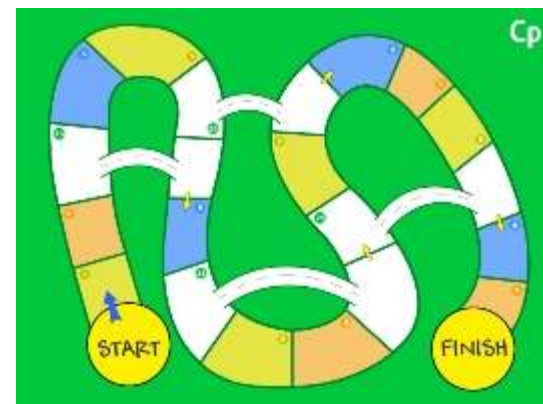
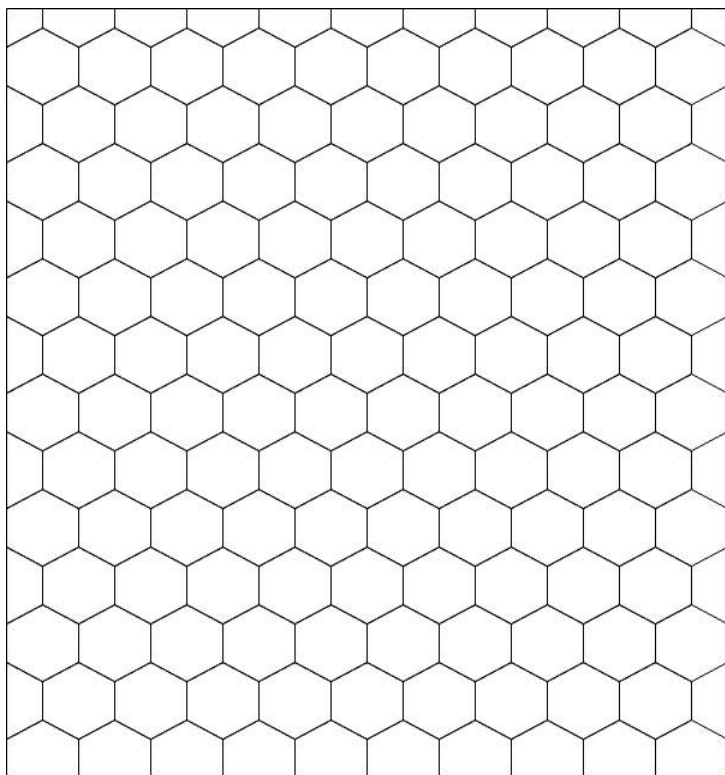
Celluláris automata változatok

- Hány állapota lehet egy mezőnek?
- 2 – N, de mindenképpen diszkrét



Celluláris automata változatok

- Milyen struktúra, topológia?
- Hány szomszédja van egy cellának, melyek befolyásolják egymást?
- Azonos-e a teljes hálózat struktúrája?



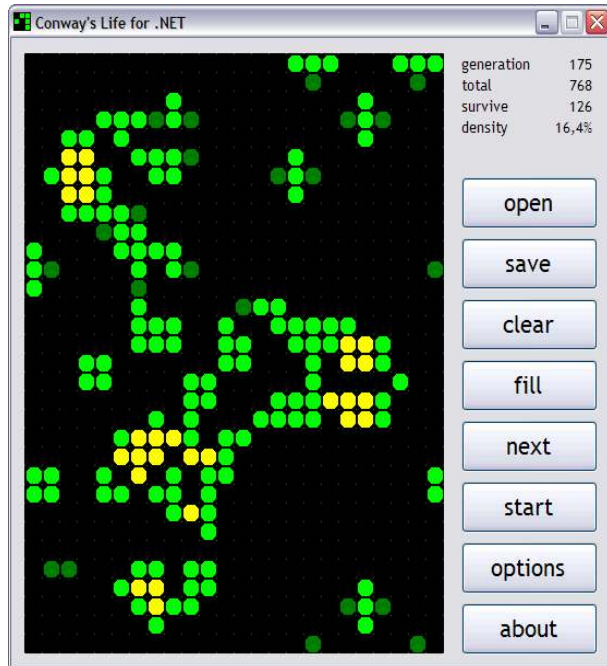
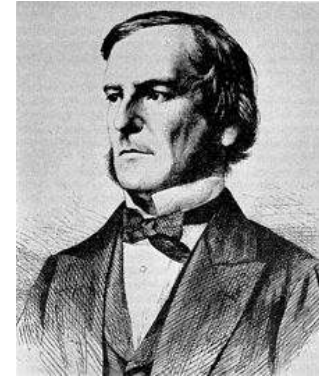
A CAk története? Miért hasznos?

A formális logika százada:

Boole (1845) - logika

Gödel (1930) – számozás, rendszerek

Turing (1936) – Turing teljesség



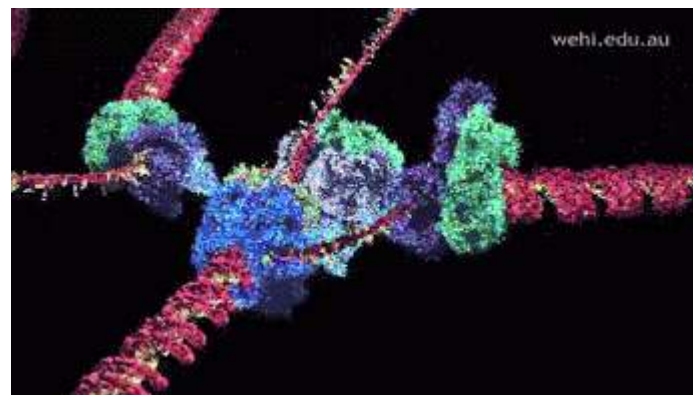
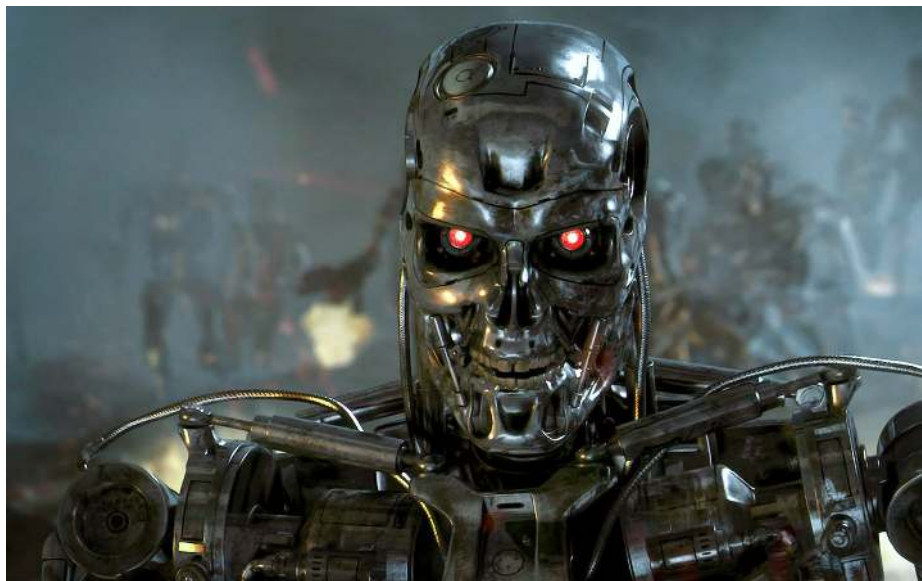
A CAk története? Miért hasznos?

Stanislaw Ulam – kristályrácsok szerkezete

Neumann János – Önmásoló rendszerek

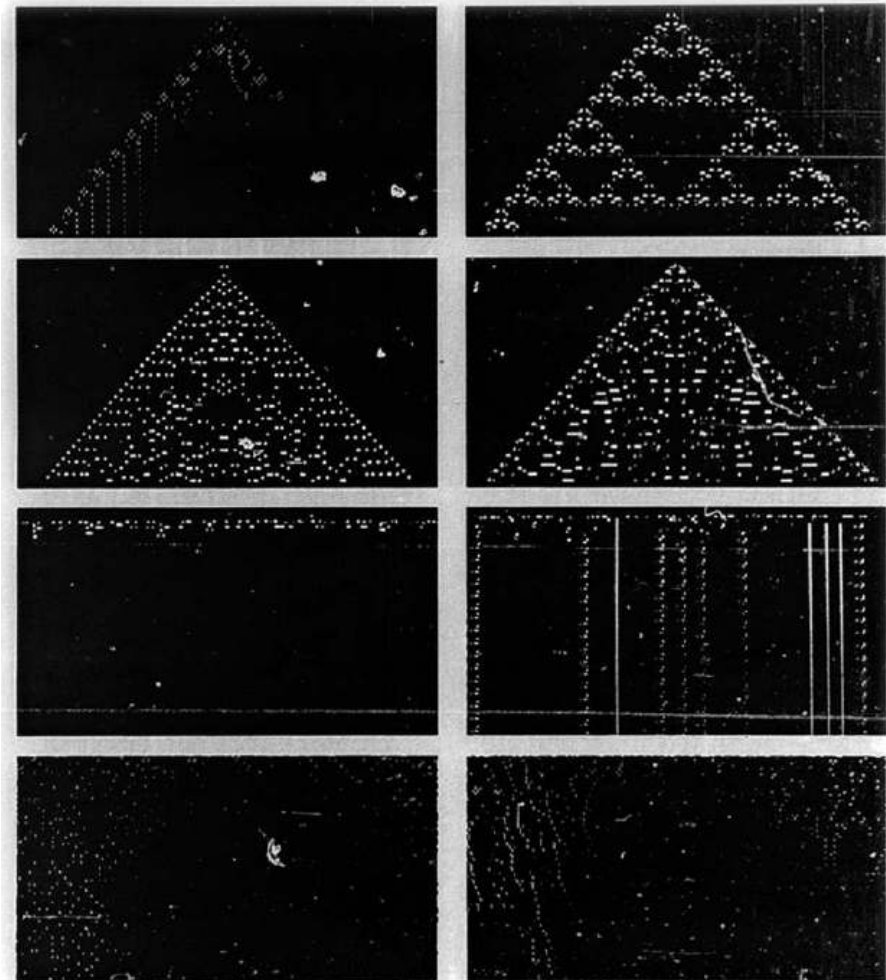
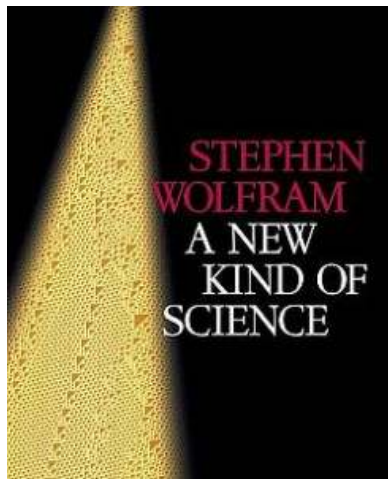
Létezik-e önmagát építő robot, automata (self replicating systems)?

200000 darab 29 állapotú sejt, ami végtelen másolatot készít önmagából



A CAk története? Miért hasznos?

Wolfram
Chua

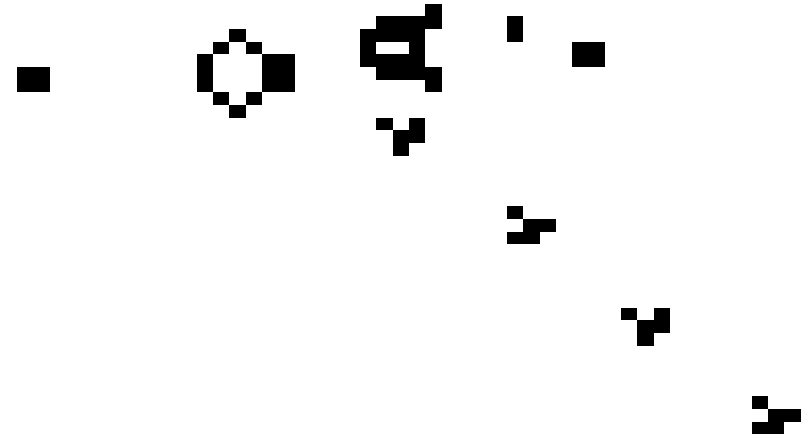


2213310,	4200410,	 = 0
331240,	2024310,	 = 1
1100400,	2231000,	 = 2
131210,	3211310,	 = 3
		 = 4

COMPLEX BEHAVIOR can develop even in systems with simple components. The eight cellular automata shown in the photographs are made up of lines of cells that take on one of five possible values. The value of each cell is determined by a simple rule based on the values of its neighbors on the previous line. Each pattern is generated by the rule whose code number is given in the key (see illustration on page 197). The patterns in the upper four photographs are grown from a single colored cell. Even in this case the patterns generated can be complex, and they sometimes appear quite random. The complex patterns formed in such physical processes as the flow of a turbulent fluid may well arise from the same mechanism. Complex patterns generated by cellular automata can also serve as a source of effectively random numbers, and they can be applied to encrypt messages by converting a text into an apparently random form. The patterns in the lower four photographs begin with disordered states. Even though the values of the cells in these initial states are chosen at random, the evolution of the cellular automata gives rise to structures of four basic classes. In the two classes shown in the third row of photographs the long-term behavior of the cellular automata is comparatively simple; in the two classes shown in the bottom row it can be highly complex. The behavior of many natural systems may well conform to this classification.

A CAk története? Miért hasznos?

Tárolt program Von Neumann – mesterséges élet



1940 Neumann Ulam - complexity

Conway(1970): 'Game of Life'

2000 S. Wolfram/Chua nonlinear dynamics

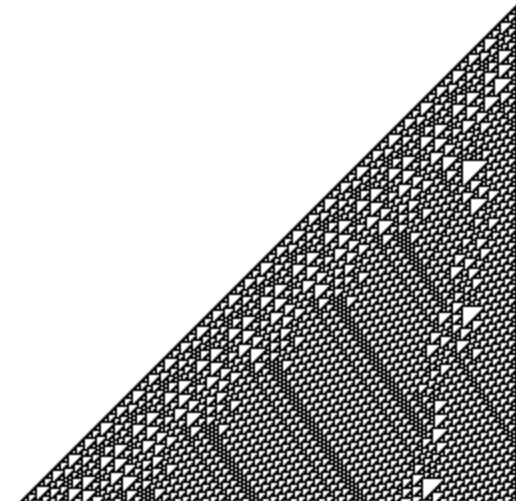
Celluláris számítás:

Neumann Celluláris Automata

Bináris/kétállapotú (digitális sejtek)

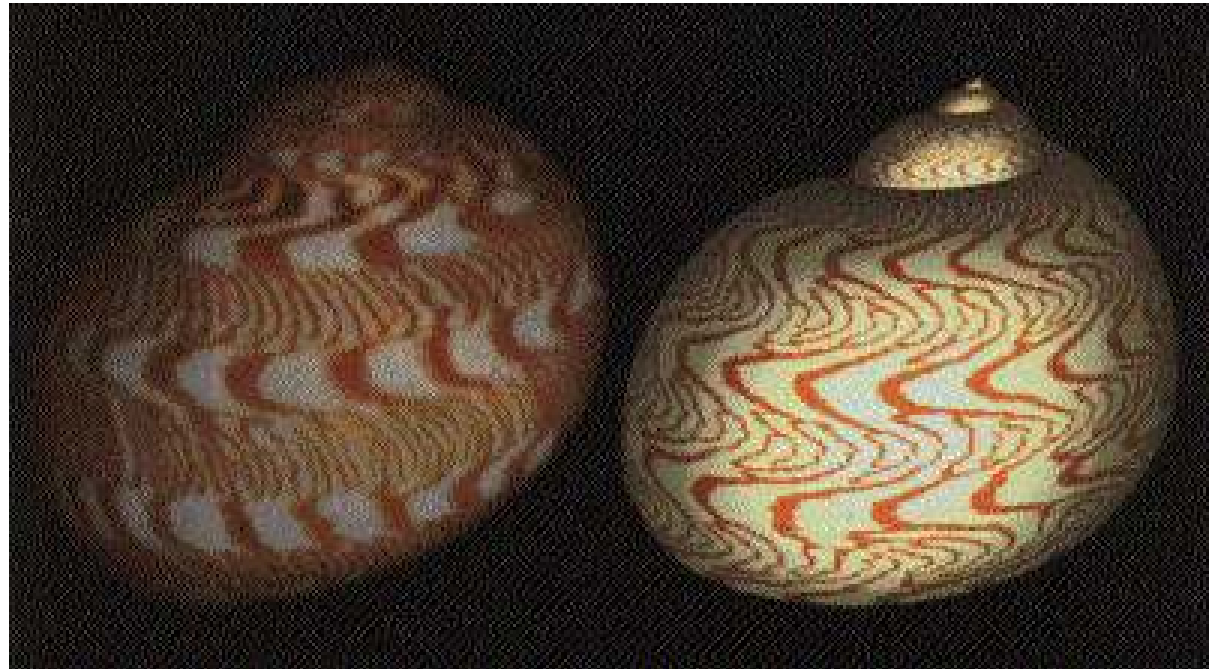
Élet/mesterséges

NP teljes problémák

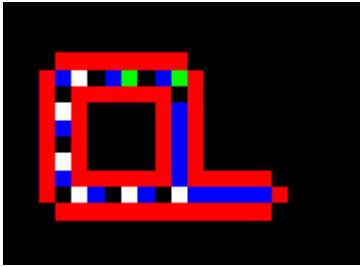


CAk a biológiában

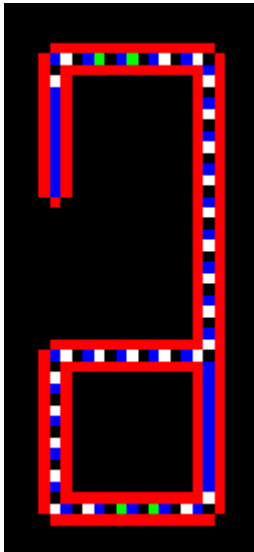
Chirtopher Langton -
mesterséges élet



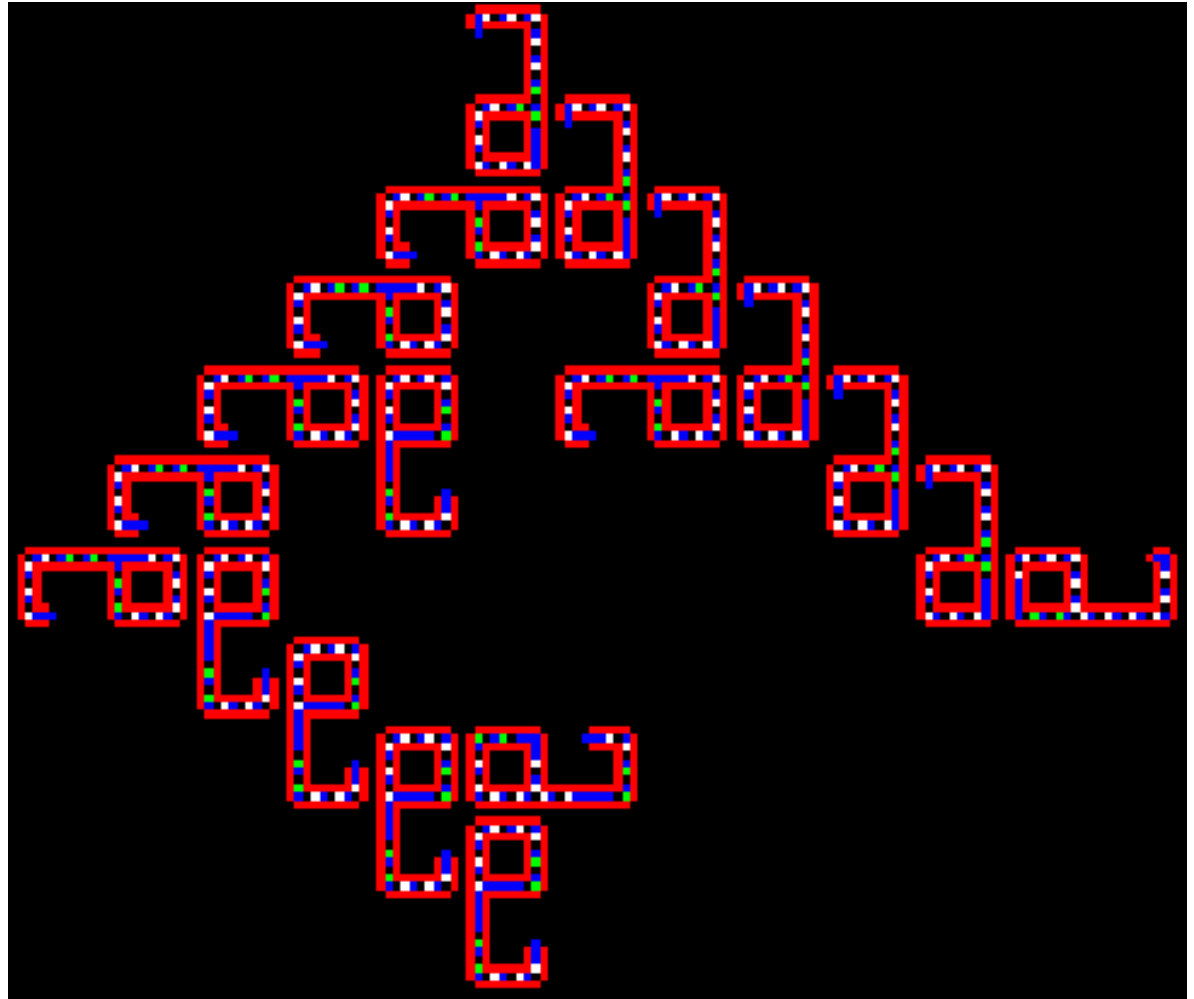
CAk a biológiában



Langton SR Loop



Sayama's Evoloop



CA- Majority Voting

Egy egyszerű szabályrendszer:

Két állapotú sejtek, mindenki lemásolja a többséget (8 szomszédjából, azt amelyikből több van, egyenlőség esetén megmarad a saját színe)

Populációs dinamika, vírusok járványok, nyelvek, mém-ek

Paid Maternal Leave: Almost Everywhere

The United States is one of only eight countries, out of 188 that have known policies, without paid leave.

Countries with paid leave: ● 26 weeks or more ● 14-25 weeks ● Less than 14 weeks

No paid leave: ●



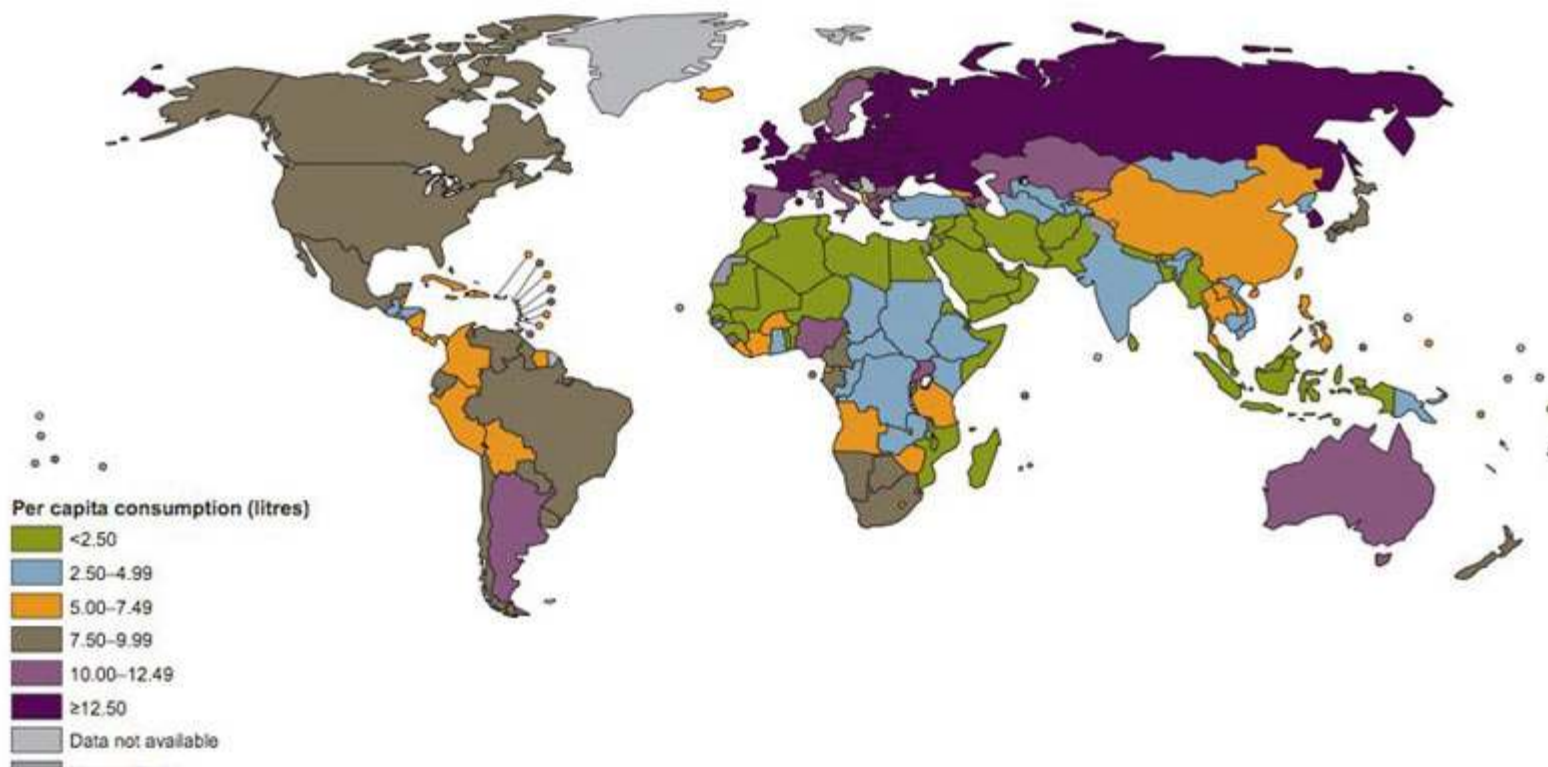
CA- Majority Voting

Egy egyszerű szabályrendszer:

Két állapotú sejtek, mindenki lemásolja a többséget (8 szomszédjából, azt amelyikből több van, egyenlőség esetén megmarad a saját színe)

Populációs dinamika, vírusok járványok, nyelvek, mém-ek

Figure 1. Total adult (15+) per capita consumption, in litres of pure alcohol, 2005^a



Game of life

Conway (1937): Elv - élet kialakulás, megmaradás (1970):

2-nél kevesebb szomszéd → meghal

3-nál több szomszéd → meghal

2 vagy 3 szomszéd → életben marad

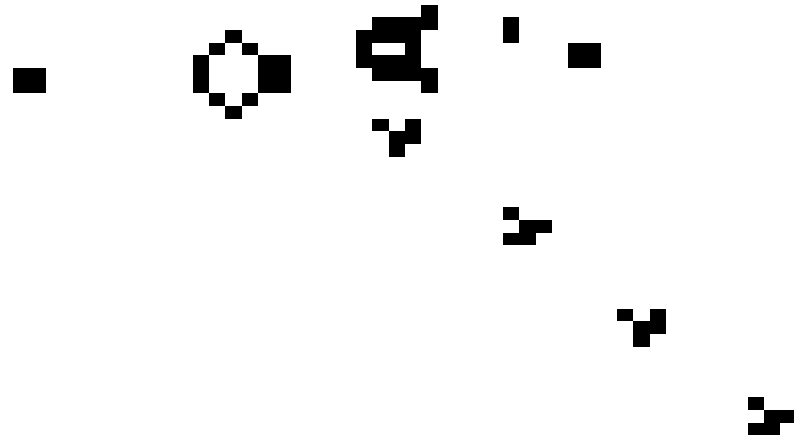
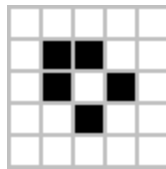
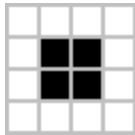
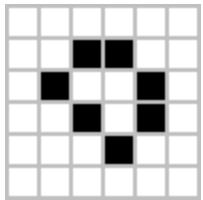
3 szomszéd esetén élet keletkezik



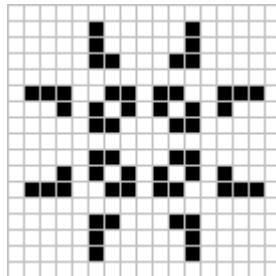
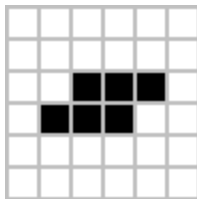
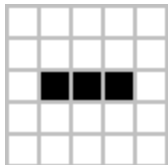
Game of life

Érdekes struktúrák:

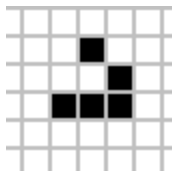
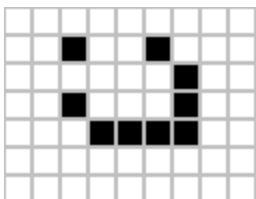
Stabil:



Periódikus:



Mozgó:



Game of life

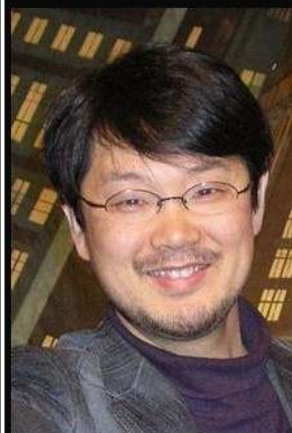
Turing teljes architektúra:

Minden algoritmus megvalósítható ezen architektúrán

Minden algoritmikusan megoldható probléma megoldható a Game of Life-val

Mi szükséges egy
algoritmushoz?

- Logikai utasítások?
- Ciklusok? For? While?
- Elágazás?



Because of the Turing completeness theory, everything one Turing-complete language can do can theoretically be done by another Turing-complete language, but at a different cost. You can do everything in assembler, but no one wants to program in assembler anymore.

(Yukihiro Matsumoto)

izquotes.com

Egy kis matek

2Ds bináris CAk leírása:

9 elemtől függ

$C(-1,-1)$	$C(0,-1)$	$C(1,-1)$
$C(-1,0)$	$C(0,0)$	$C(1,0)$
$C(-1,1)$	$C(0,1)$	$C(1,1)$

1 kimenet

B

$2^9=512$ sor egy bináris táblázatban:

C(-1,-1)	C(0,-1)	C(1,-1)
C(-1,0)	C(0,0)	C(1,0)
C(-1,1)	C(0,1)	C(1,1)

[illegible]

Szimulálhatóak-e a szabályok?

2^{512} sok?

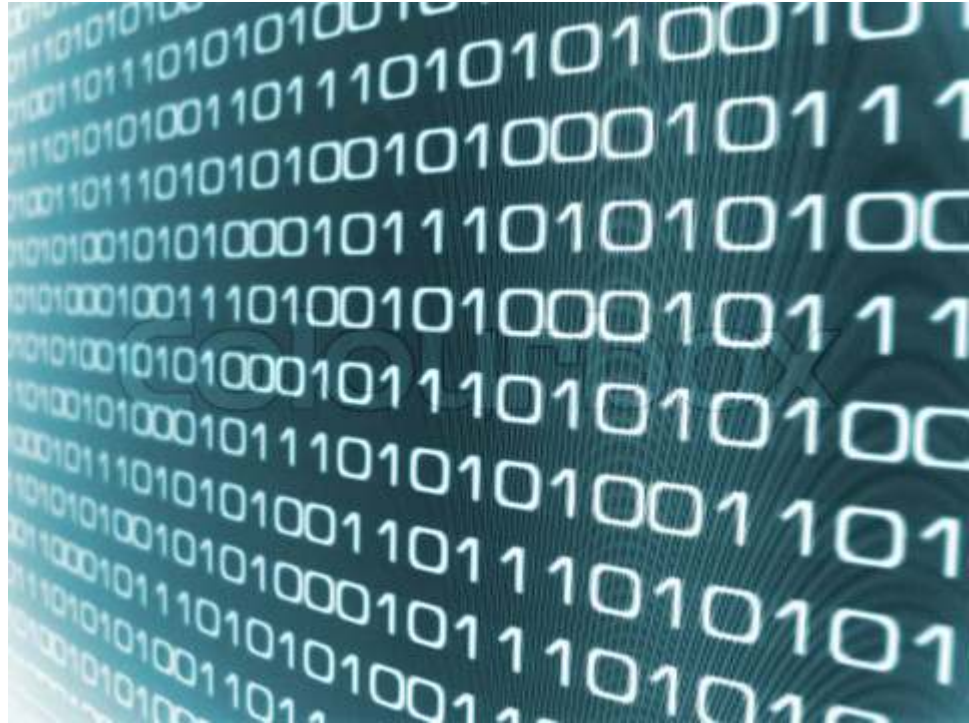
$2^2 * 2^{510}$

$4 * (10^3)^{51}$

10^{153}

Sok?

Szimuláljuk!



Sok-e 153 nulla?



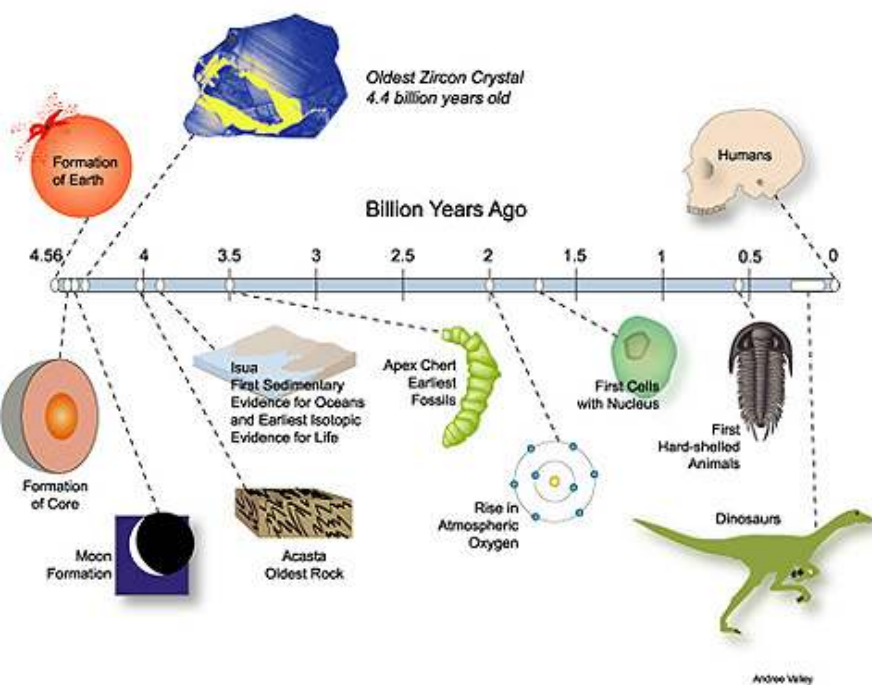
10^{12} művelet/sec

10^{10} sz.géppel/sec

Egy évben $3 \cdot 10^7$ másodperc

Föld ca. $4.5 \cdot 10^9$ év öreg

10^{40} szabályt tudtunk
megnézni



1D bináris CA

Nézzünk egyszerűbb struktúrát:

C(-1)

C(0)

C(1)

„If we do not understand 1D CA there is no hope to understand 2D CNN” (L. O. Chua)

$2^8=512$ szabály

Szabályok leírása

A szabályok táblázatba foglалhatóak, leírhatóak kettes számrendszerbeli számokként

Mindegy szabályhoz létezik egy kód

Összesen $2^8=512$ szabály van.

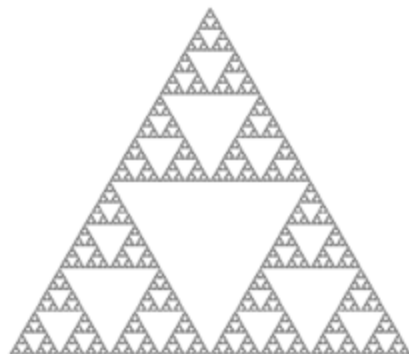
C(-1)	C(0)	C(1)	240	15	204	110
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	1	0

Gyakorlati hasznuk

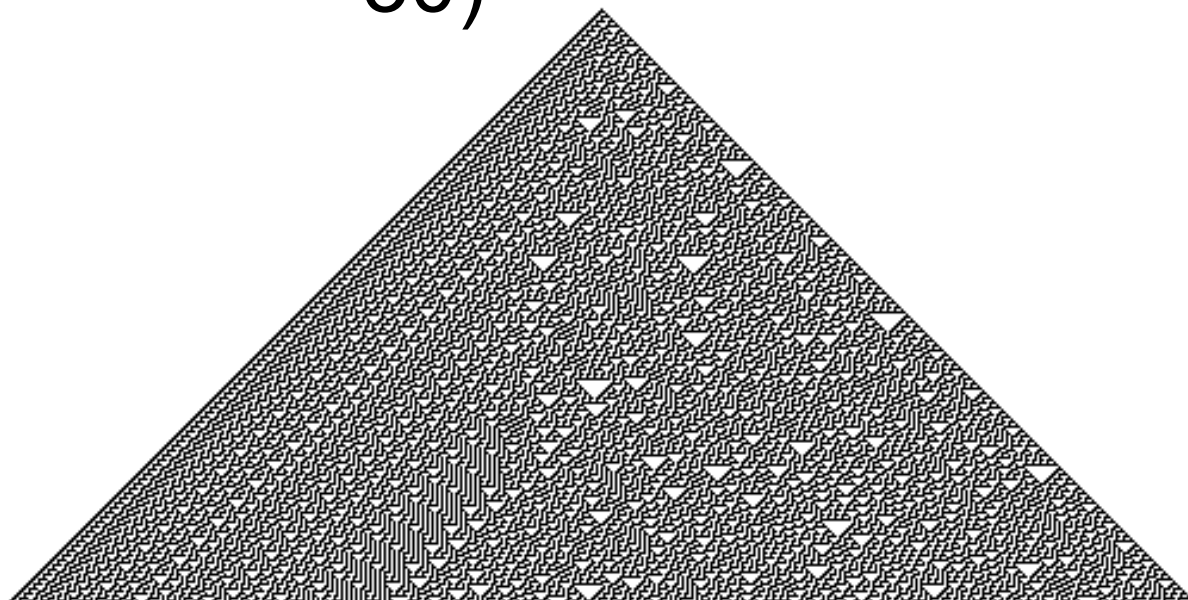
- Univerzális szabályok (Turing teljes R110)
- Kaotikus jelenségek (Rule 86, 135, 149, 30)
- Nagyon jó pszuedo-random generátor (rule 30- Mathematica)

Néhány példa

Sierpinski háromszög



Véletlen számok (rule 30)



1, 3, 3, 6, 4, 9, 5, 12, 7, 12, 11, 14, 12, 19, 13, 22, 15, 19

Valóban 256 szabály?

Minden szabály független?

Vagy léteznek-e szabályok a szabályokra?

Vierergruppe transformation

Valóban 256 szabály?

Minden szabály független?

Vagy léteznek-e szabályok a szabályokra?

Komplementer (240-15)

Bal-jobb ekvivalencia (240-170)

Bal-jobb komplementens (240-85)

Vierergruppe transformation
(Chua 2004)

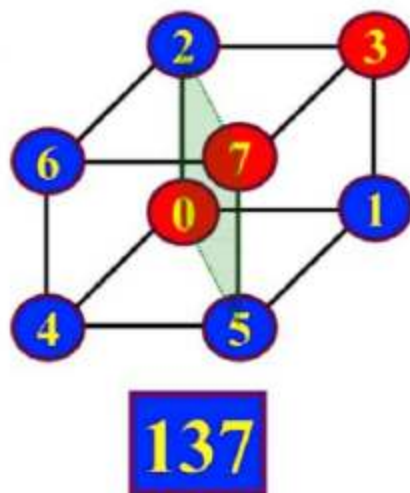
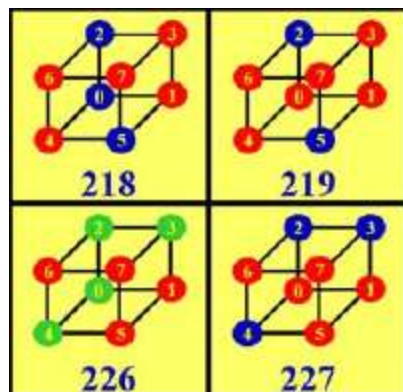
88 szabály

Minden csoportban: $4(8 - R_0)$

2 ($72 - R_2$)

1 ($8 - R_3$) szabály van.

88 független szabály



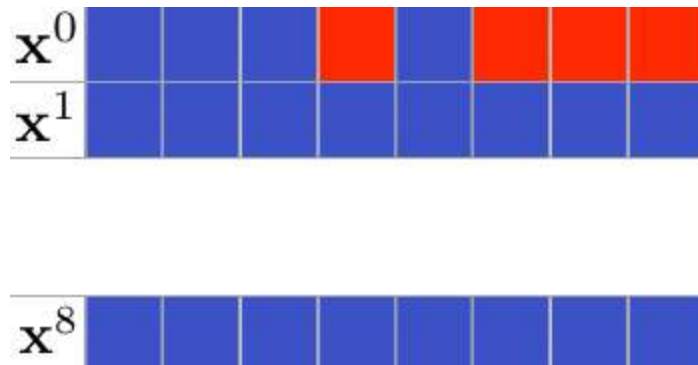
88 Global Equivalence Classes

0	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15
18	19	22	23	24	25	26	27
28	29	30	32	33	34	35	36
37	38	40	41	42	43	44	45
46	50	51	54	56	57	58	60
62	72	73	74	76	77	78	90
94	104	105	106	108	110	122	126
128	130	132	134	136	138	140	142
146	150	152	154	156	160	162	164
168	170	172	178	184	200	204	232

Néhány példa

Period 1: rule 0

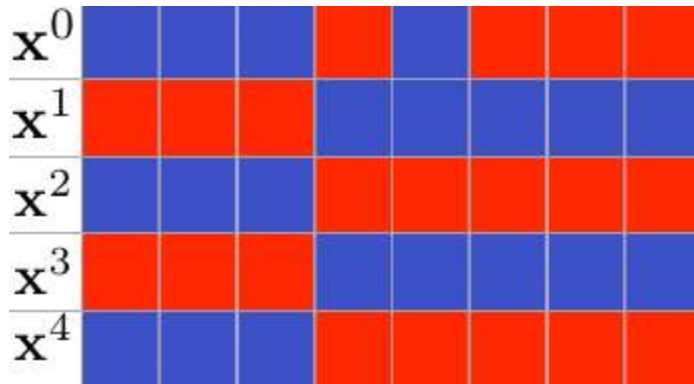
Egy konstans érték



C(-1)	C(0)	C(1)	R(0)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Néhány példa

Period 2: rule 19

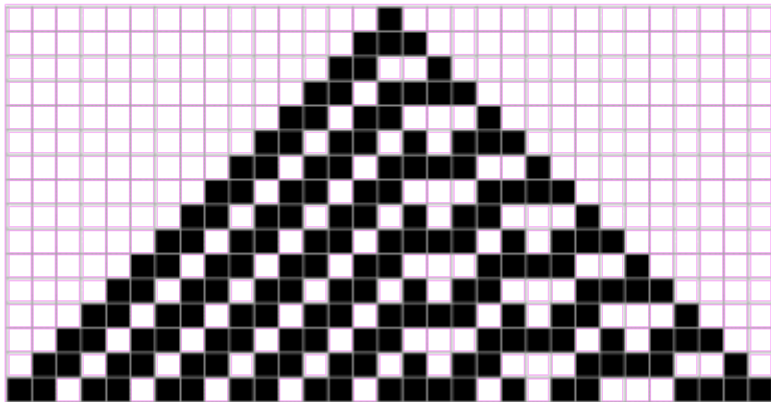
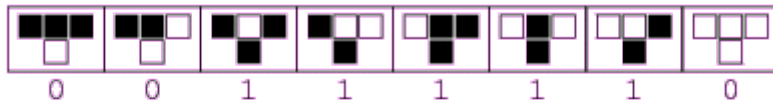


C(-1)	C(0)	C(1)	R(19)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Néhány példa

Period 3: rule 62

rule 62



C(-1)	C(0)	C(1)	R(0)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

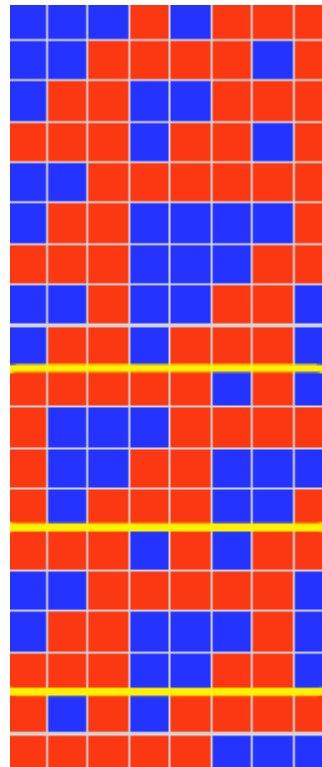
Keressünk funkciót, számoljuk ki az eltolást!

Bernoulli orbit

Rule 110:

T idő elteltével szigma
pozícióval eltolva

4,2

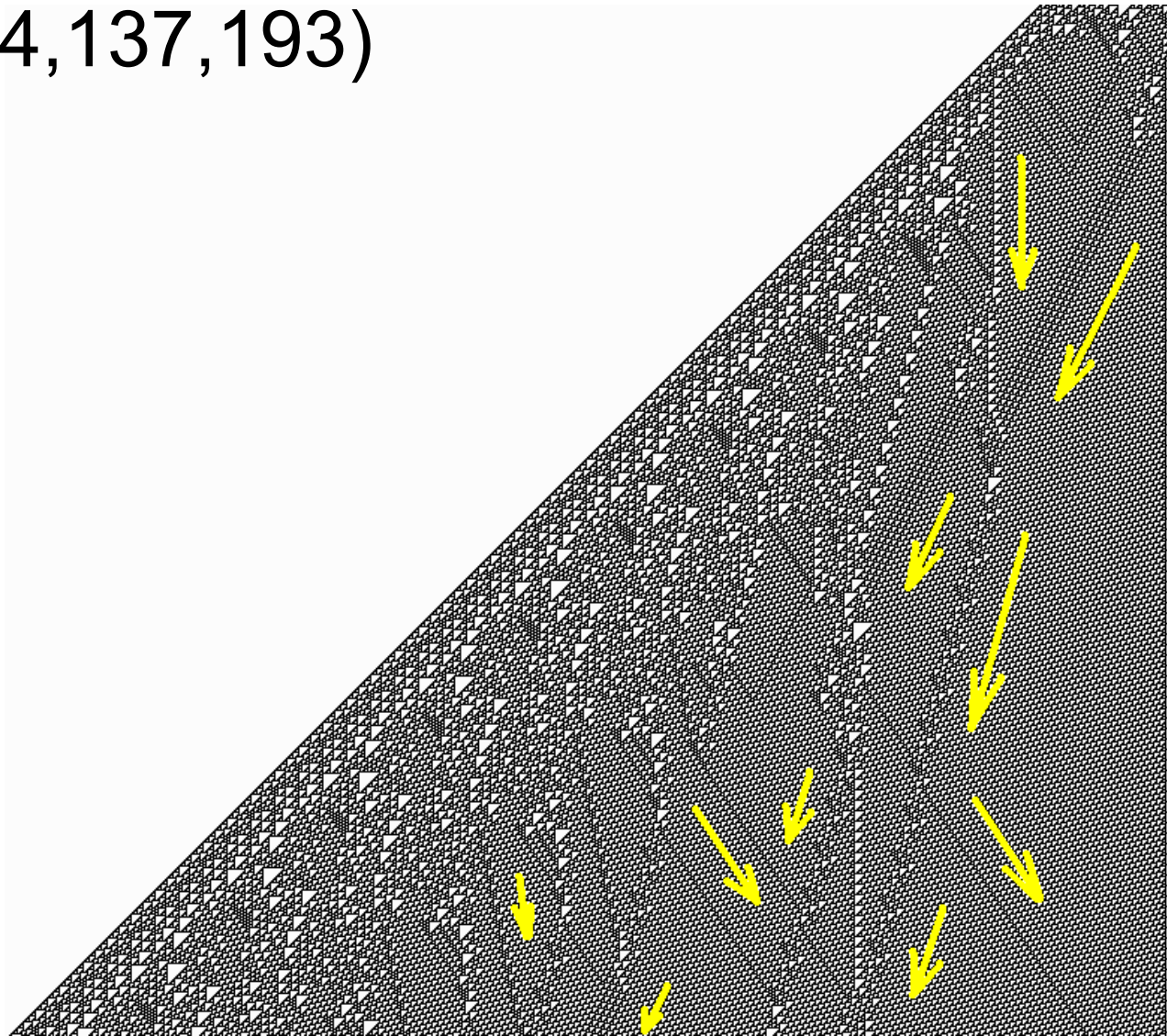
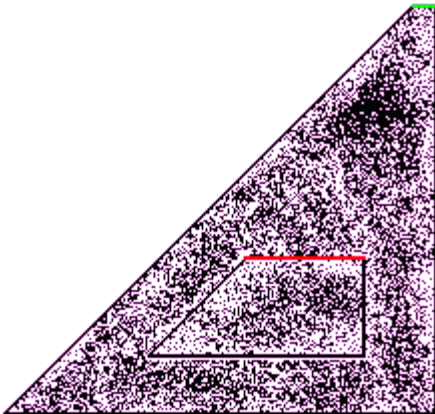


C(-1)	C(0)	C(1)	R(0)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

1D példa

Rule 110 (124,137,193)

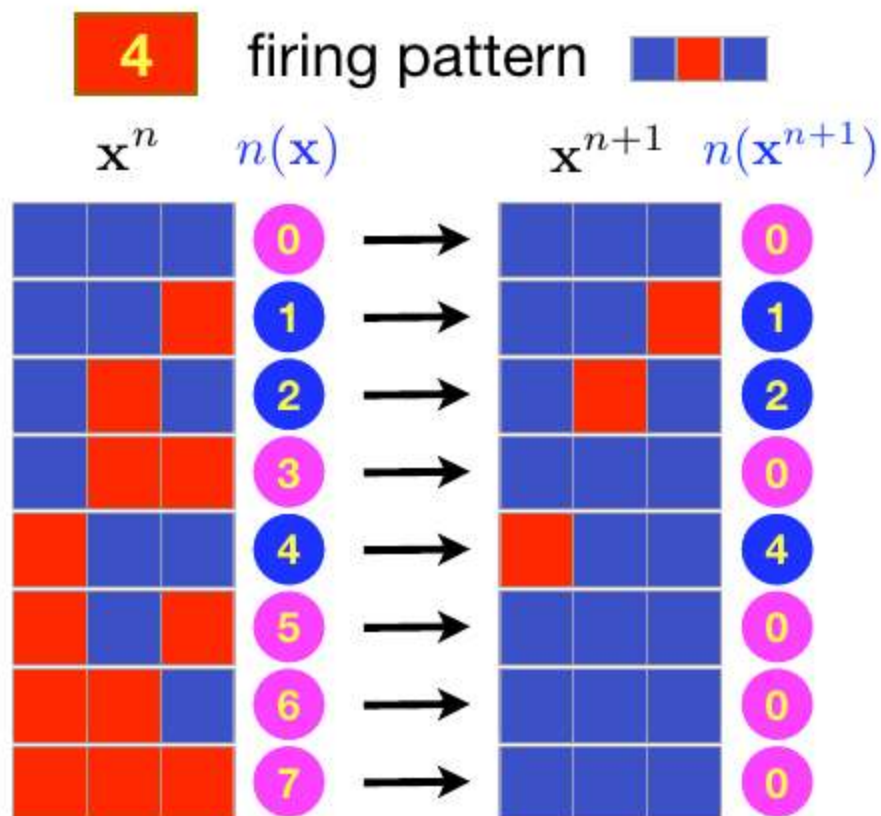
univerzális



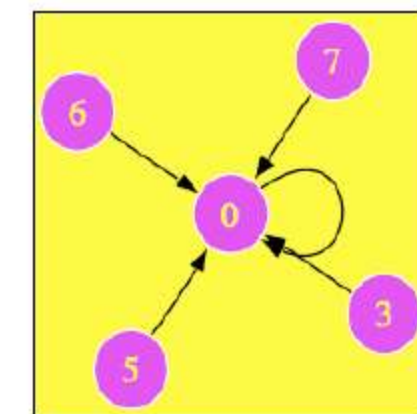
Egyszerű struktúrák

„Isle of eden”

„Attractor”



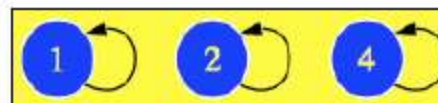
Basin-tree diagrams



$$\rho_1 = \frac{5}{8}$$

$$= 0.625$$

robustness



$$\rho_2 = \frac{3}{8}$$

$$= 0.375$$

Complexity index

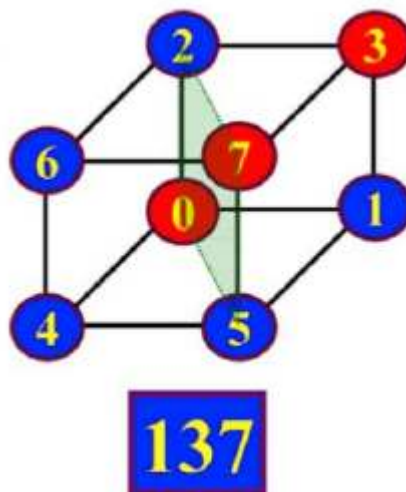
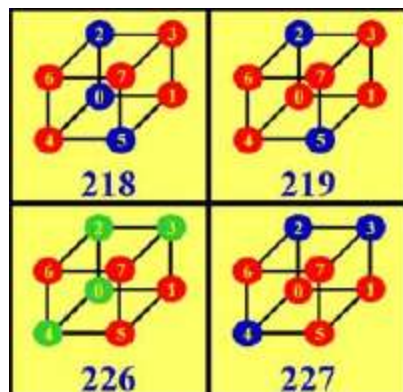
(0),1,2,3 síkkal szeparálható

szabályok

1-Red 104

2-Blue 126

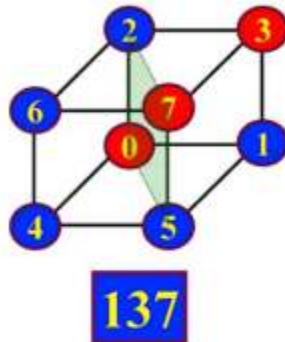
3-Green 26



88 Global Equivalence Classes

0	1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14	15
18	19	22	23	24	25	26	27
28	29	30	32	33	34	35	36
37	38	40	41	42	43	44	45
46	50	51	54	56	57	58	60
62	72	73	74	76	77	78	90
94	104	105	106	108	110	122	126
128	130	132	134	136	138	140	142
146	150	152	154	156	160	162	164
168	170	172	178	184	200	204	232

Complexity index



♦ How many planes to separate red and blue vertices?

♦ The complexity index κ of a local rule is defined as the number of planes necessary to divide red and blue vertices in its Boolean cube

▶ $\kappa = 1 \rightarrow$ linearly separable rules 1

▶ $\kappa = 2 \rightarrow$ four universal rules 137

▶ $\kappa = 3 \rightarrow$ no universal rule 105

♦ $\kappa=2$ is the threshold of complexity

Szabályok csoportosítása

Wolfram:

- Homogén
- Stabil vagy periódikus
- Kaotikus
- Komplex

Szabályok csoportosítása

Chua:

Period1

Period2

Period3

Bernoulli

Complex bernoulli

(bilateral)

Hyper bernoulli

(Non bilateral)

Topological Classifications of 88 Equivalence Classes

Topologically-distinct Rules	Number
Period-1 Rules	26
Period-2 Rules	13
Period-3 Rules	1
Bernoulli σ_τ -Shift Rules	30
Complex- Bernoulli-Shift Rules	10
Hyper Bernoulli-Shift Rules	8

Time 1 characteristic function

Bit string

Real number

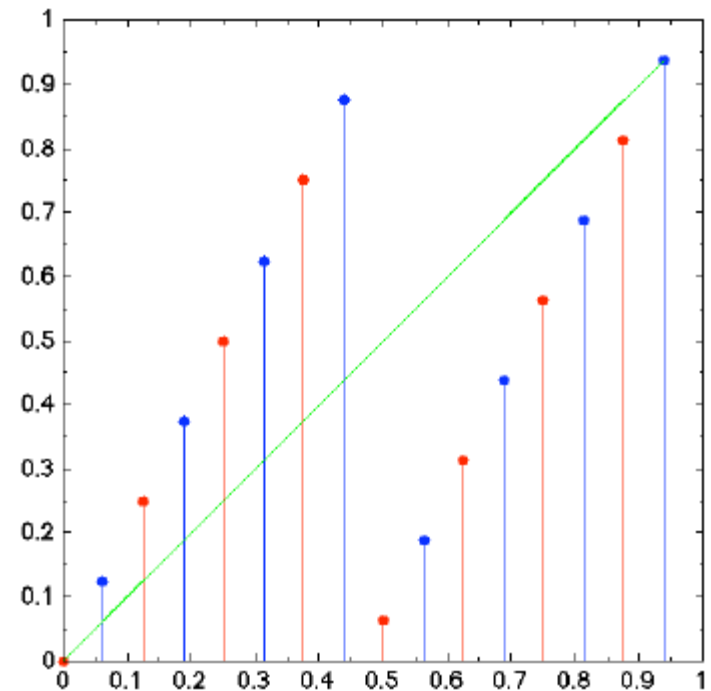
170

$L = 4$

$$\mathbf{x} = (x_0 \ x_1 \ \dots \ x_I)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^I x_i \cdot 2^{-(i+1)}$$

Input	Output		Input	Output
0000	0000	→	0	0
0001	0010	→	0.0625	0.125
0010	0100	→	0.125	0.25
≈			≈	
1110	1101	→	0.875	0.8125
1111	1111	→	0.9375	0.9375



Time 2 function

170

 $L = 4$

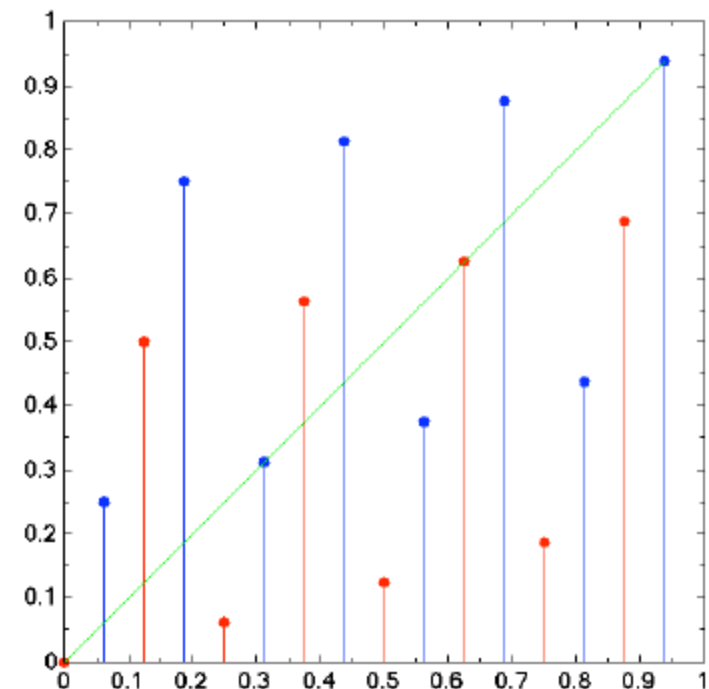
Bit string

Real number

 $\mathbf{x} = (x_0 \ x_1 \ \dots \ x_I)$

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^I x_i \cdot 2^{-(i+1)}$$

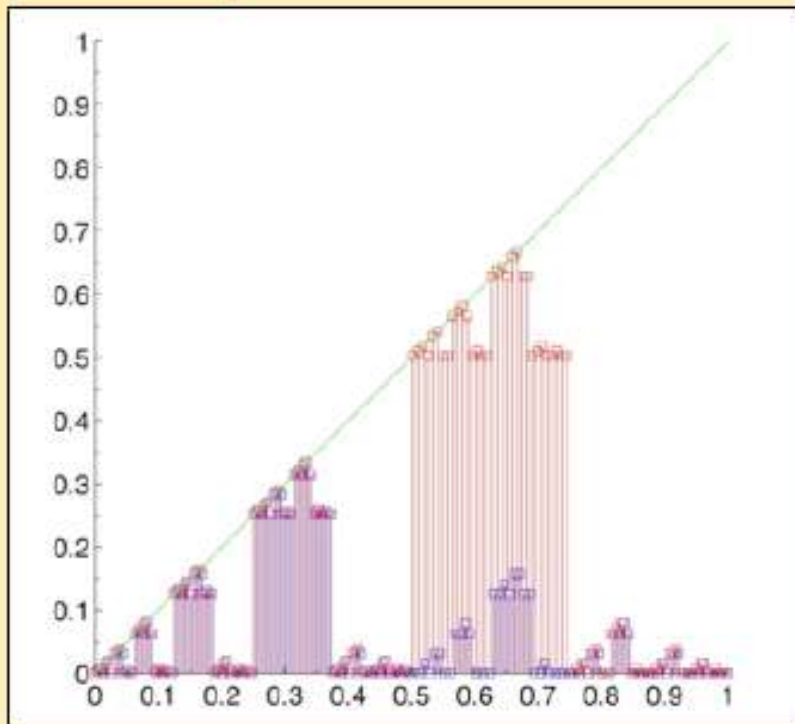
Input	Output		Input	Output
0000	0000	→	0	0
0001	0010	→	0.0625	0.125
0010	0100	→	0.125	0.25
≈			≈	
1110	1101	→	0.875	0.8125
1111	1111	→	0.9375	0.9375



Time N function

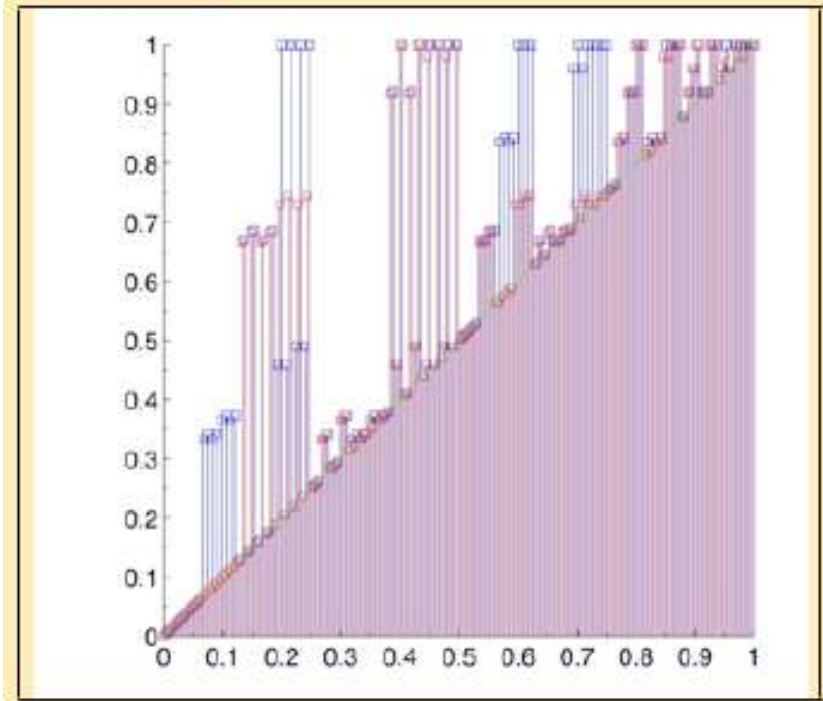
4

Period-1



5

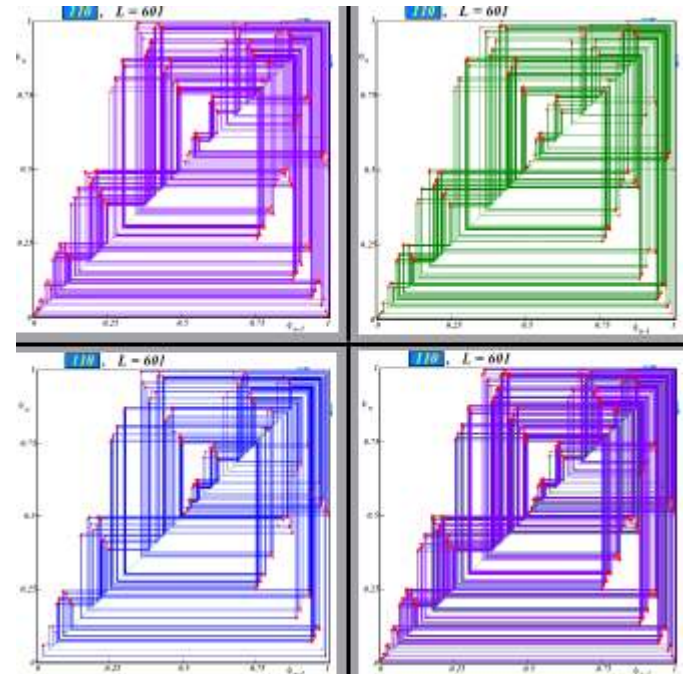
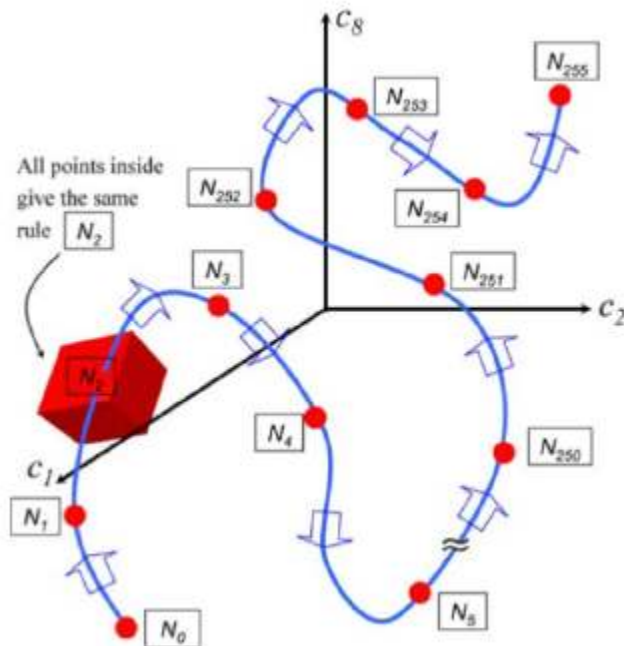
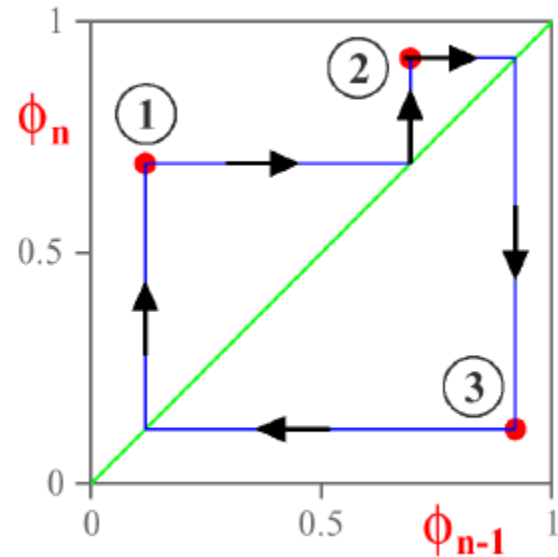
Period-2



Time T return plot

Lameray diagram

Ergodicitás - könnyen látható



CA bemenettel

Új, összetett viselkedési formák

Mi a bemenet és az állapot kapcsolata (vagy a bemenet csupán egy új állapot?)

Bemenet és állapot logikai függvénye (pl.: VAGY)

Konstans input

Periódikus input

Tetszőleges input

Különbségek a CNN és a CA között

CNN- en van input; itt csak state

CNN állapota folytonos; itt diszkrét

Chua 2000:

Minden bináris automata bármilyen dimenzióban egy speciális esete a CNN-nek

Sokkal összetettebb viselkedés a CNN esetében

