

Sztochasztikus folyamatok 1. gyakorlat

1. Egy műhold 25-ször sugározta a μ jelet. A légköri zavarok miatt $\xi_1, \dots, \xi_{25}$ mintát észleltük, melyek független, $N(\mu, \sigma^2)$ eloszlásúak, $\sigma = 0.1$ ismert. Az észlelések átlaga $\bar{\xi}_{25} = 3.04$. Elfogadható-e 90%-os szinten az a feltevés, hogy $\mu = \mu_0 = 3$? (Kétoldali egymintás u -próba, H_0 -t el kell vetni.) Melyik az a legkisebb ϵ , amelyre igaz, hogy $(1 - \epsilon)$ szinten el kell vetni H_0 -t? (Kb. 0.046, azaz pl. $\epsilon = 0.04$ mellett H_0 -t elfogadtuk volna.)
2. Az elmúlt 16 év átlaghőmérsékletei egy kisvárosban $\xi_1, \dots, \xi_{16}$, teljesül rájuk $\bar{\xi}_{16} = 10.9$, közös szórásuk pedig ismert $\sigma = 2$. Elfogadható-e 95%-os szinten az a hipotézis, hogy az átlaghőmérséklet várható értéke $\mu = 10$, vagy pedig ennél magasabb és felmelegedést tapasztalunk? (Feltehető, hogy a ξ_i mintaelemek függetlenek és normális eloszlásúak. A célszerű ellenhipotézis a jelen esetben egyoldali, azaz $H_1: \mu > 10$ legyen. Ez egyoldali egymintás u -próba, azaz az $u = u(\xi_1, \dots, \xi_n)$ statisztikát vesszük, melynek eloszlása a $\mu = 10$ nullhipotézis mellett $N(0, 1)$, a nullhipotézist elvetjük, ha $u > c_\epsilon$, különben megtartjuk. A jelen esetben $\epsilon = 0.05$, tehát a c -t úgy kell választani, hogy $P(u > c) = 1 - \Phi(c) = 0.05$ legyen. A nullhipotézist elutasítjuk.)
3. Lemérték, hogy 10 kísérleti személy hány métert tud lefutni 5 perc alatt. Utána háromnapi diétára fogták őket. Az újabb mérésnél átlagosan $\bar{\xi}_{10} = 50$ méterrel futottak többet, a korrigált tapasztalati szórásnégyzet $4066m^2$ volt. Szignifikáns-e a diétázás hatása a teljesítményre nézve 95%-os szinten? (Ez t próba, szigorúan véve egyoldali, azaz $H_0: \mu = 0$, ami annak felel meg, hogy a két teljesítmény különbségének 0 a várható értéke, azaz nincs hatása a diétának; $H_1: \mu > 0$, azaz van hatása a diétának. Az egyszerűség kedvéért mi kétoldali ellenhipotézist veszünk, azaz $H_1: \mu \neq 0$. Elvégezve a t -próbát az jön ki, hogy H_0 elutasítandó, azaz a diétázás hatása számottevő. Az egyoldali ellenhipotézist szorgalmasan adhatjátok fel, ehhez a $P(t > c) = 0.05$ fog kelleni, viszont a táblázatban csak $P(|t| > c) = \epsilon$ értékek vannak. A megoldás: mivel a Student eloszlás szimmetrikus, $P(|t| > c) = 2P(t > c)$, tehát azt a c -t kell megkeresni, amelyre $P(|t| > c) = 0.1$.)
4. Össze akarjuk hasonlítani két ásványvíz szénsavtartalmát. 10 üveg A típusúban átlagosan 9.5 grammot találtunk, 15 üveg B-típusúban pedig átlagosan 11 grammot. A korrigált tapasztalati szórásnégyzetek 5 illetve 4. Tudva, hogy a szénsavmennyiség szórása ugyanannyi mindkét

esetben, elfogadható-e 95%-os szinten az a feltételezés, hogy a kétféle ásványvíz szénsavtartalma ugyanannyi ? (Kétmintás t -próba, elfogadjuk H_0 -t. Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy ez csak akkor megy, ha a két minta szórása ugyanannyi. Ezt F -próbával lehet ellenőrizni, de ez majd a következő órán lesz csak, ezért most feltesszük, hogy ugyanaz a két szórásnégyzet.)

5. Szorgalmi házi feladat: olvasd el az F -próba leírását a Monostory-jegyzetből (199-201. oldal) ! Utána oldd meg a következőt: Manchester és Leeds városok évi csapadékmennyiségének ingadozását akarjuk összevetni. Az elmúlt tíz év mérései alapján (azaz mindkét minta 10 elemű) azt találtuk, hogy a korrigált tapasztalati szórásnégyzetek $s_M^2 = 42$, $s_L^2 = 38$ (az egyszerűség kedvéért ezeket a jelöléseket használjuk), az átlagok pedig $\bar{\xi}_{10} = 35$ illetve $\bar{\eta}_{10} = 28$. Döntsünk 95%-os szignifikancia-szinten arról a hipotézisről, hogy a két csapadékmennyiség szórása azonos-e ! Amennyiben igen, döntsünk 99%-os szinten arról, hogy a két város átlagos csapadékmennyisége megegyezik-e !
6. Kötelező házi feladat: kétmintás u -próbát alkalmazva dönts a következő problémában: Manchester és Leeds városok évi átlagos csapadékmennyisége az elmúlt tíz év mérései alapján $\bar{\xi}_{10} = 35$ illetve $\bar{\eta}_{10} = 28$. A csapadékmennyiség szórásnégyzetei (nem szórásai, vigyázat!) ismertek, $\sigma_M^2 = 53$, $\sigma_L^2 = 47$. Döntsünk 99%-os szinten arról, hogy a két város átlagos csapadékmennyisége megegyezik-e !