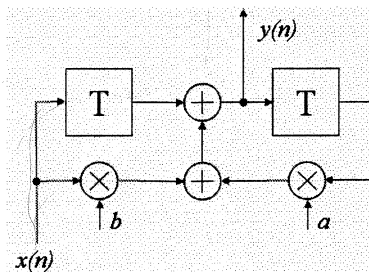


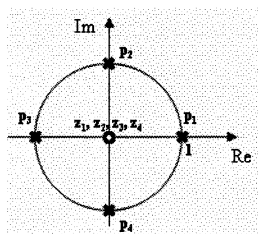
4. Feladat (Σ40 pont)

Adja meg a helyes válaszokat az alábbi kiskérdésekre! A helyes válasz indoklást is tartalmaz!

- 1) Adott az alábbi lineáris idővariáns rendszer! Adja meg a rendszer válaszát az $x(n) = u(n)a^n$ gerjesztés és relaxált rendszer esetén! Milyen a és b koefficiens esetén BIBO stabil a rendszer?



- 2) Adott egy lineáris, időinvariáns rendszer pólus-zérus diagramja ($K=1$ erősítéssel). Adja meg a rendszer átviteli függvényét (a RoC konvergencia régióval együtt), a rendszert leíró differenciaegyenletet! Rajzolja le a rendszer kanonikus blokkdiagramját!



- 3) Az $x(t) = \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t)$ analóg jelet $T_s = 0.025$ sec mintavételi idővel mintavételezzük. Adja meg az $x(n)$ mintavételezett jelet $n=0,1,2,3$ esetén! Adja meg és rajzolja le közös diagramon: (i) az analóg jel $|X(\omega)|$ amplitúdó karakterisztikáját; (ii) a mintavételezett jel $|X_n(\omega)|$ amplitúdó karakterisztikáját; (iii) valamint az $x(n)$ 4 mintájából számított $N=4$ pontos DFT spektrumot!

- 4) Döntse el az alábbi állításokról, hogy tartalmuk igaz vagy hamis! A válasz csak helyes indoklással fogadható el!

- Ha egy teljesen kivezérelt szinusz jelet $n=5$ bites egyenletes kvantálóval kvantálunk, akkor a jel-zaj viszony kevesebb, mint 30 dB.

$n=5$ $1.8 + 6n = 1.8 + 6 \cdot 5 = 31.8 \text{ dB} \checkmark \Rightarrow \text{Hamis}$

- Az $x(t) = 2\sin(10\pi t) + 2\sin(6\pi t)$ jel $f_s = 12$ Hz frekvenciával vett mintáiból egyértelműen visszaállítható az eredeti jel.

$\log_{10}$ $B=5$ $1.5 > 2B=10$ $\omega = 2\pi f \Rightarrow 10\pi = 2\pi f \Rightarrow f_1 = 5$ $f_2 = 3$

- Egy diszkrét jel spektruma mindig periodikus, viszont egy periodikus jel spektruma általában nem diszkrét.

Elégtelen	Elégséges	Közepes	Jó	Jeles
0-39	40-53	54-67	68-81	82-100

1. Feladat

JOHACZI KITTIL / X7QFSU

$$LTI_1 \quad y_1(n) + 0,1 y_1(n-1) = 1,1 \cdot x(n)$$

$$x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0,1^n \cos(\alpha n)$$

$$\lambda + 0,1 = 0$$

$$\lambda = -0,1 \checkmark$$

$$y_h(n) = c_1 (-0,1)^n \checkmark \quad \text{Sp}$$

$$\cancel{y_p(n) = k \cdot 0,1^n + A \cos(\alpha n) + B \sin(\alpha n)}$$

$$y_p(n) = k \cdot 0,1^n \cdot A \cos(\alpha n) + k \cdot 0,1^n \cdot B \sin(\alpha n) \checkmark \rightarrow$$

$$k \cdot 0,1^n A \cos(\alpha n) + k \cdot 0,1^n B \sin(\alpha n) + \checkmark \quad 1^p$$

$$+ (k \cdot 0,1^{n-1} A \cos(\alpha(n-1)) + k \cdot 0,1^{n-1} B \sin(\alpha(n-1))) \cdot 0,1 =$$

$$= 1,1 (0,1)^n \cos(\alpha n)$$

$$k \cdot A \cos(\alpha n) + k \cdot B \sin(\alpha n) + k \cdot 10 \cdot A \cos(\alpha(n-1)) + k \cdot 10 \cdot B \sin(\alpha(n-1)) =$$

$$= 1,1 \cos(\alpha n)$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad 2^p$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\alpha = \beta$$

$$k \cdot A \cos(\beta) + k \cdot B \sin(\beta) + 10 \cdot k \cdot A \cos \alpha \cos \beta + k \cdot 10 \cdot A \sin \alpha \sin \beta +$$

$$+ k \cdot 10 \cdot B \sin \beta \cos \alpha - k \cdot 10 \cdot B \cos \beta \sin \alpha = 1,1 \cos(\beta)$$

$$I. \cos(\beta) [k \cdot A + 10 \cdot k \cdot A \cos \alpha - k \cdot 10 \cdot B \sin \alpha] = 1,1 \cos \beta$$

$$kA + 10kA \cos \alpha - k \cdot 10 \cdot B \sin \alpha = 1,1$$

$$II. \sin(\beta) [kB + 10 \cdot k \cdot A \sin \alpha + k \cdot 10 \cdot B \cos \alpha] = 0 \quad /: \sin \beta$$

$$kB + 10k \cdot A \sin \alpha + k \cdot 10 \cdot B \cos \alpha = 0$$

$$III. \cos \alpha [10 \cdot k \cdot A \cos \beta + 10 \cdot k \cdot B \sin \beta] = 0$$

$$10k \cdot A \cos \beta + 10 \cdot k \cdot B \sin \beta = 0$$

$$y(n) + 0,1y(n-1) = 1,1x(n)$$

$$Y(z)(1 + 0,1z^{-1}) = 1,1X(z)$$

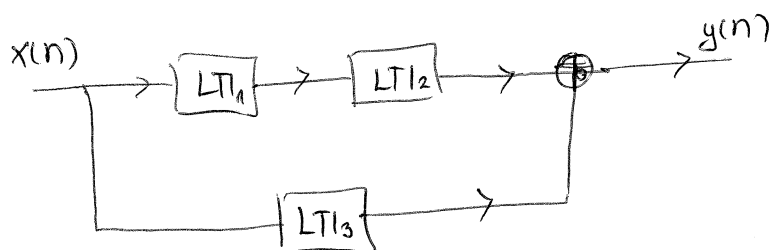
$$H_1(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1,1}{(1 + 0,1z^{-1})} \stackrel{/:z}{=} \frac{1,1z}{(z + 0,1)} \checkmark$$

$$h_2(n) = u(n-1) \cdot 0,2^{n-1}$$

$$H_2(z) = \mathcal{Z}\{h_2(n)\} = \frac{z^{-1}}{z - 0,2}$$

$$\mathcal{Z}\{x(n-2)\} = z^{-2}X(z)$$

$$\mathcal{Z}\{h_2(n)\} = z^{-1} \cdot \mathcal{Z}\{u(n) \cdot 0,2^{n-1}\} = z^{-1} \cdot 5 \cdot \frac{z}{z - 0,2} = \frac{5}{z - 0,2}$$



$$(LT11 \cdot LT12) + LT13$$

$$H_{total} = \left(\frac{1,1z}{(z + 0,1)} \cdot \mathcal{Z}\{h_2(n)\} \right) + \left(- \frac{1,1}{z + 0,5} \right) \checkmark$$

ROC?

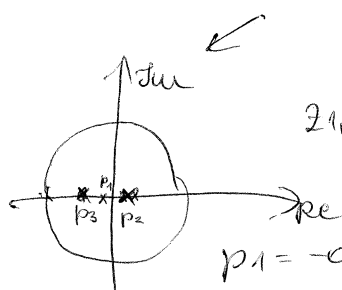
$$\frac{1,1z}{(z + 0,1)} \cdot \frac{5}{(z - 0,2)} - \frac{1,1}{z + 0,5}$$

$$= \frac{5,5z}{(z + 0,1)(z - 0,2)} - \frac{1,1}{z + 0,5} = \frac{5,5z(z + 0,5) - 1,1(z + 0,1)(z - 0,2)}{(z + 0,1)(z - 0,2)(z + 0,5)}$$

$$= \frac{5,5z^2 + 2,75z - 1,1(z^2 - 0,1z - 0,02)}{(z + 0,1)(z - 0,2)(z + 0,5)}$$

$$= \frac{5,5z^2 + 2,75z - 1,1z^2 + 0,11z + 0,022}{(z + 0,1)(z - 0,2)(z + 0,5)}$$

$$= \frac{4,4z^2 + 2,86z + 0,022}{(z + 0,1)(z - 0,2)(z + 0,5)}$$



$$p_1 = -0,1 \checkmark$$

$$p_2 = 0,2 \checkmark$$

$$p_3 = -0,5 \checkmark$$

} Stable a rendszer

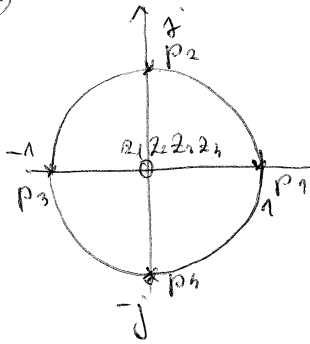
$$z_{1,2} = \frac{-2,86 \pm \sqrt{2,86^2 - 4 \cdot 4,4 \cdot 0,022}}{2 \cdot 4,4} = \frac{-2,86 \pm 2,79}{8,8} \Rightarrow \begin{matrix} z_1 = \\ z_2 = \end{matrix}$$

4. feladat.

JOHACZI KITT/XTQFSU

2)

$$j^2 = -1$$



$$H(z) = \frac{z^4}{(z-1)(z+1)(z-j)(z+j)} = \frac{z^4}{(z^2-1)(z^2-1)} = \frac{z^4}{z^4-1}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^4}{z^4-1} = \frac{1 \cdot z^{-4}}{1-z^{-4}} = \frac{1}{1-z^{-4}}$$

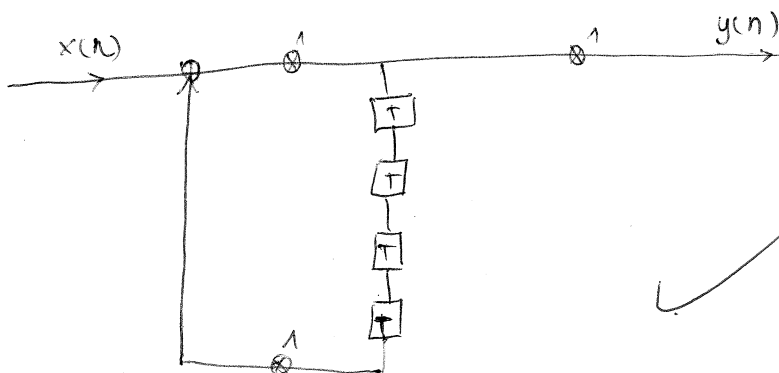
$$ROC: |z| > 1$$

$$Y(z)(1-z^{-4}) = X(z)$$

$$Y(z) - z^{-4}Y(z) = X(z)$$

$$y(n) - y(n-4) = x(n)$$

10.



Késleltetés
Adma:
 $\text{max}(M, N) = 4$

3, $x(t) = \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t)$

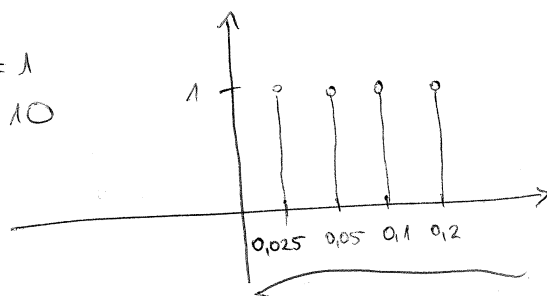
$$A=1$$

$$f=10$$

$$T_s = 0,025$$

$$f_s = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f_s}$$

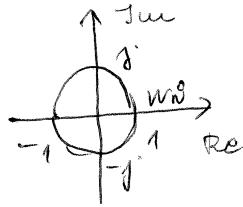
$$f_s = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ Hz a mintaveteli frekvencia}$$



$N=4$ pontos DFT spectrum

$$\bar{X} = \bar{W} \bar{x}$$

$$\bar{W}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -j \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix}$$



(2)

$$\begin{bmatrix} X(1) \\ X(2) \\ X(3) \\ X(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -j & -1 & j \\ 1 & -1 & 1 & -j \\ 1 & j & -1 & -j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2+3 \\ -j-2+3j \\ -1+2-3 \\ j-2-3j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2+2j \\ -2 \\ -2-2j \end{bmatrix}$$

1) $x(n) = u(n) a^n$
 $a = ?$
 $b = ?$

$$X(z) = \frac{z}{z-a}$$

$$b x(n) + x(n-1) = y(n) - a y(n-1)$$

$$y(n) - a y(n-1) = b x(n) + x(n-1)$$

$$Y(z) (1 - a z^{-1}) = X(z) (b + z^{-1})$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b + z^{-1}}{1 - a z^{-1}} \stackrel{!}{=} \frac{b z + 1}{z - a}$$

~~$$Y(z) = \frac{b z + 1}{z - a}$$~~

(8)

$$Y(z) = \underbrace{\frac{b z + 1}{z - a}}_{H(z)} \cdot \underbrace{\frac{z}{z - a}}_{X(z)} = \frac{b z^2 + z}{(z - a)^2} = \frac{z(b z + 1)}{(z - a)^2}$$

$$y(n) = Z^{-1}(Y(z))$$

$$Y(z) = z \left(\frac{A}{z-a} + \frac{B}{(z-a)^2} \right) = \frac{z(ab+1)}{z-a} + \frac{bz}{(z-a)^2}$$

~~$$B = \frac{bz}{(z-a)^2}$$~~

$$B = \frac{bz + 1}{z - a} = ab + 1$$

$$A = (bz + 1)' = b$$

$|a| < 1$ lesen stabil a rendszer

$$y(n) = (ab+1)u(n) \cdot a^n + \frac{b}{a} a^n n \cdot u(n) = \{ (ab+1)a^n + \frac{b}{a} a^n n \} u(n)$$