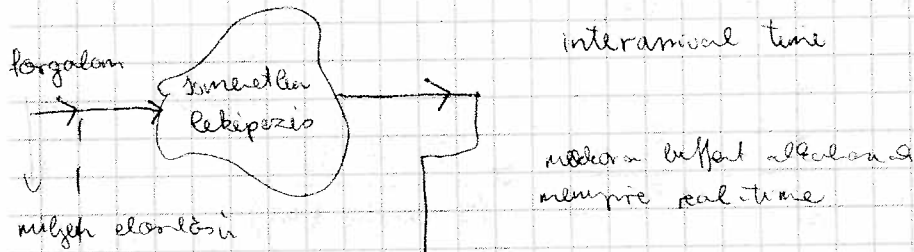


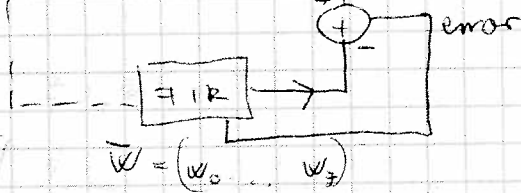
Adaptív jelfeldolgozás

alaparchitektúra: FIR műve



komplexitás
analitikusan nem megadható felismerés

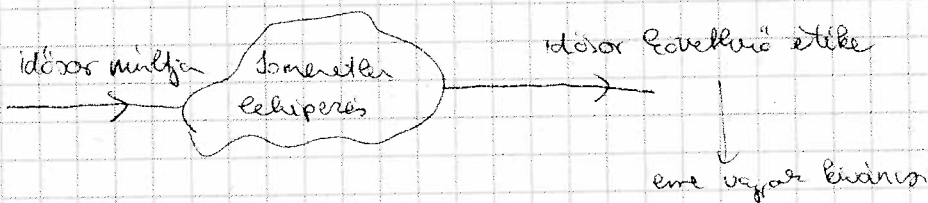
tanulmány = (bemeneti jel, kívánt kimeneti jel)



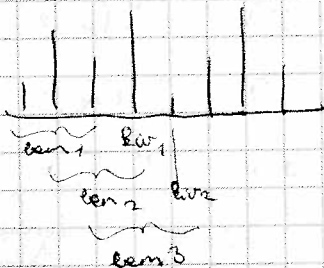
hogy kell a művelet és optimalizálni h. a FIR kimenete legyen
kívánt kimenet kimeneti jele minimális legyen
kivétel

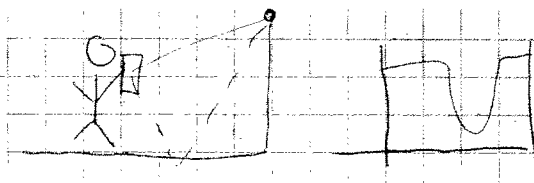
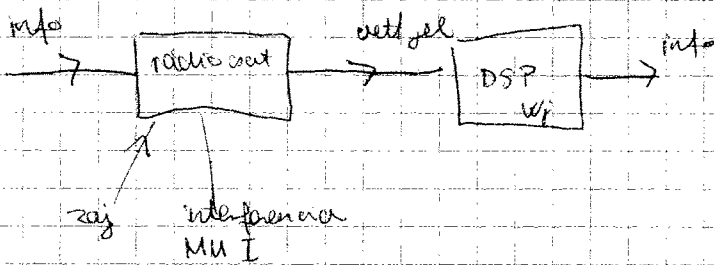
Értéke egy tudástároló

FIR művelet mindig jól működik az eredetileg is FIR lineáris

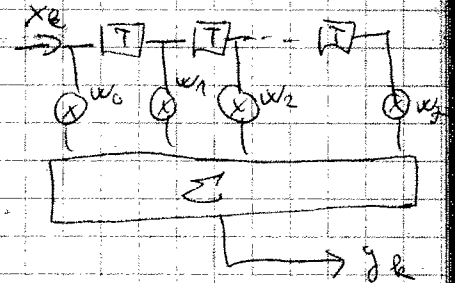
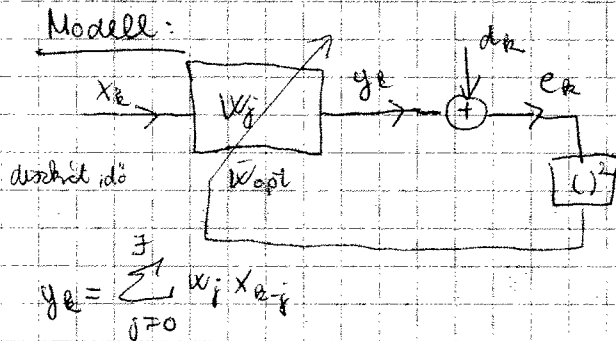


a jelenség leírására használható bemeneti és kívánt kimeneti parancsok felismerése
(azaz időben is átváltozik)





interferencia
akai katas u lehet



$$w = (w_0, w_1, \dots, w_J)$$

$$\mathcal{L}^{(k)} = \{(x_k, d_k), k=1, \dots, K\}$$

$$\bar{w}_{opt} = \min_w \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} \right)^2$$

$$x_k \text{ bemeneti jelsovoz} \rightarrow R(l) = E(x_k x_{k-l})$$

gyenge stacioner

$$d_k \text{ kiand jelsovoz} \rightarrow D(l) = E(d_k d_{k-l})$$

gyenge, ergodikus

$$r(l) := E(d_k x_{k-l})$$

Wiener mites

$$E(d_k - y_k)^2$$

negyres hiba

$$w_{opt} = \min_w E \left(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} \right)^2$$

$$\begin{aligned} E \left(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} \right)^2 &= E \left(d_k^2 - 2 \sum_{j=0}^J w_j d_k x_{k-j} + \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^J w_i w_j x_{k-i} x_{k-j} \right) \\ &= E(d_k^2) - 2 \sum_{j=0}^J w_j E(d_k x_{k-j}) + \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^J w_i w_j E(x_{k-i} x_{k-j}) = \\ &= D(0) - 2 \sum_{j=0}^J w_j r(j) + \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^J w_i w_j R(i-j) = \end{aligned}$$

$$\bar{r} = (r(0), r(1), \dots, r(J))$$

$$\bar{R}: R_{ij} = R(i-j)$$

en limitom

is r real monoton

$$* = \cancel{D(0)} - 2 \sum_{j=0}^J w_j r_j + \sum_{j=0}^J \sum_{i=0}^J w_i w_j R_{ij}$$

$$= D(0) - 2 \bar{r}^T \bar{w} + \bar{w}^T \bar{R} \bar{w}$$

$\bar{R}$ matrix tulajdonságai

$$1) \bar{R} = \bar{R}^T \quad R_{ij} = E(x_{k-i} x_{k-j}) = E(x_{k-j} x_{k-i}) = R_{ji}$$

$$2) \forall \bar{a}, \bar{b} \in \mathbb{R}^{J+1} : \bar{a}^T \bar{R} \bar{b} = \bar{b}^T \bar{R} \bar{a}, \quad \sum_i \sum_j a_i R_{ij} b_j = \sum_i \sum_j a_i R_{ji} b_j = \sum_j b_j \sum_i a_i R_{ji}$$

$$3) \forall \bar{a} \in \mathbb{R}^{J+1} : \bar{a}^T \bar{R} \bar{a} \geq 0, \quad \sum_i \sum_j a_i R_{ij} a_j = \sum_i \sum_j a_i E(x_{k-i} x_{k-j}) a_j =$$

$$= E\left(\sum_i \sum_j a_i a_j x_{k-i} x_{k-j}\right) = E\left[\left(\sum_i a_i x_{k-i}\right) \left(\sum_j a_j x_{k-j}\right)\right]$$

$$= E\left[\left(\sum_i a_i x_{k-i}\right)^2\right] \geq 0$$

$$4) \quad \bar{R} \bar{s}_i = \alpha_i \bar{s}_i, \quad i = 0, \dots, J \quad \bar{s}_i^T \bar{s}_j = \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

$$\bar{s}_i^T \bar{R} \bar{s}_j = \bar{s}_j^T \bar{R} \bar{s}_i$$

$$\alpha_j \bar{s}_i^T \bar{s}_j = \alpha_i \bar{s}_j^T \bar{s}_i$$

$$(\alpha_i - \alpha_j) \bar{s}_i^T \bar{s}_j = 0$$

$$5) \alpha_i \geq 0 \quad \forall i = 0, \dots, J$$

$$0 \leq \bar{s}_i^T \bar{R} \bar{s}_i = \alpha_i \bar{s}_i^T \bar{s}_i = \alpha_i$$

$$6) \text{trace}(\bar{R}) = \sum_{i=0}^J R_{ii} = \sum_{i=0}^J \alpha_i$$

Wiener filter:

$$\bar{w}_{\text{opt}} = \min_{\bar{w}} E\left(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j}\right)^2 \sim \min_{\bar{w}} D(0) - 2 \bar{r}^T \bar{w} + \bar{w}^T \bar{R} \bar{w} \sim$$

$$\sim \min_{\bar{w}} \bar{w}^T \bar{R} \bar{w} - 2 \bar{r}^T \bar{w}$$

$$\frac{\partial}{\partial w_i} (\bar{w}^T \bar{R} \bar{w} - 2 \bar{r}^T \bar{w}) = 0 \quad \forall i = 0, \dots, J$$

$$\sum_{j=0}^J R_{ij} w_j - r_i = 0 \quad \forall i = 0, \dots, J$$

$W_{opt} : \bar{R} \bar{w} = \bar{r}$
 a bemeneti
 folyamat autokorrelációja
 keresztkorreláció

2. probléma: • lokalitás

kvadr formában 1 és csak 1 globális minimum van
 over representation a good modern megközelítés
 amiatt nem probléma a lokalitás

Lehet-e W_{opt} -et az inverzió nélküli is meghatározni?
 (mit mit is nem megeshető real-time)

hogy lehet az egyszerűen ^{most} az is Gauss is nélküli megoldani?
 rekurzív módszer ami DSP architektúrákban alkalmazható

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) - \Delta \left\{ \bar{R} \bar{w}(k) - \bar{r} \right\}$$

↑
konst

$$w = \bar{w}(k+1) = \bar{w}(k)$$

$$\bar{R} \bar{w} - \bar{r} = 0$$

$$\bar{R} \bar{w} = \bar{r}$$

dekoráció, növekedés
 azaz belsőalagló a fix pontba
 hogyan?

$$\bar{w}(k) = \sum_{i=0}^J v_i(k) \bar{s}_i, \quad v_i(k) = \bar{s}_i^T \bar{w}(k)$$

bázistranszformáció
 ortogonális reális

$$\bar{w}(k+1) = \sum_{i=0}^J v_i(k+1) \bar{s}_i, \quad \bar{r} = \sum_{i=0}^J g_i \bar{s}_i$$

$$\sum_{i=0}^J v_i(k+1) \bar{s}_i = \sum_{i=0}^J v_i(k) \bar{s}_i - \Delta \left\{ \sum_{i=0}^J v_i(k) \bar{R} \bar{s}_i - \sum_{i=0}^J g_i \bar{s}_i \right\}$$

$$\sum_{i=0}^J v_i(k+1) \bar{s}_i = \sum_{i=0}^J \left\{ (1 - \Delta \lambda_i) v_i(k) + \Delta g_i \right\} \bar{s}_i$$

$$v_i(k+1) = (1 - \Delta \lambda_i) v_i(k) + \Delta g_i, \quad \forall i = 0, \dots, J \Rightarrow v_i(k) = c_i (1 - \Delta \lambda_i)^k + \frac{g_i}{\lambda_i}$$

$$\bar{w}(k) = \sum_{i=0}^J c_i (1 - \Delta \lambda_i)^k \bar{s}_i + \sum_{i=0}^J \frac{g_i}{\lambda_i} \bar{s}_i = \sum_{i=0}^J \left(c_i (1 - \Delta \lambda_i)^k \right) \bar{s}_i + W_{opt}$$

$$\bar{w}(k+1) = \bar{w}(k) - \Delta \left\{ \bar{R} \bar{w}(k) - \bar{r} \right\}$$

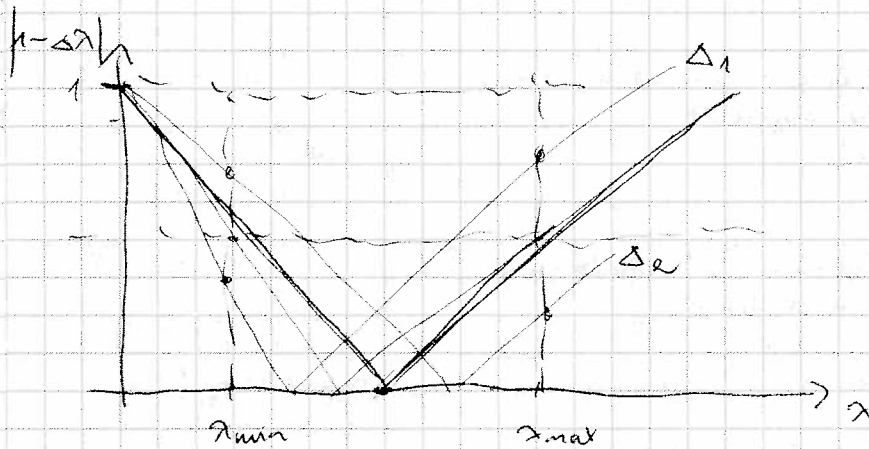
↑
konst

X növekedés, összeadás

$$\max_{\lambda_i} (1 - \Delta \lambda_i)$$

$$\Delta_{\text{opt}} : \min_{\Delta} \max_{\lambda_i} |1 - \Delta \lambda_i|$$

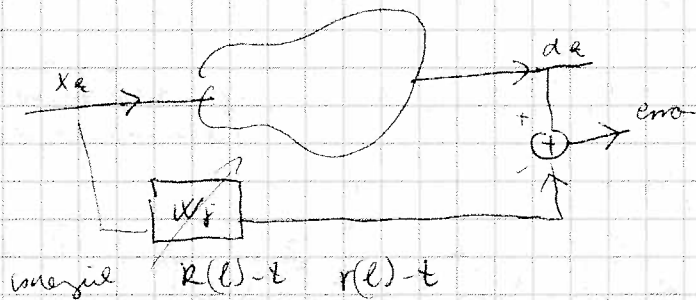
$$\Delta_{\text{opt}} : \min_{\Delta} \max_{\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]} |1 - \Delta \lambda|$$



$$\Delta_{\text{opt}} = \frac{2}{\lambda_{\min} + \lambda_{\max}}$$

im nullo-regel kann es ein λ sein $\rightarrow$ aber kein λ $\rightarrow$ min λ max
signifikant $\rightarrow$ ext. nullo-regel ist idiosyncratisch

$$\text{Groszmann'sche Kiste: } \lambda_i \in \left[R_{ij} - \sum_{j \neq i} |R_{ij}|, R_{ij} + \sum_{j \neq i} |R_{ij}| \right]$$



7.12 nullo-regel, ist
invariant

$$w_{\text{opt}} : \min_w E \left(d_k - \sum_{j=0}^J w_j x_{kj} \right)^2$$

$\hat{y}$

$$\frac{13.5}{3.0} : 7 = 3.3$$