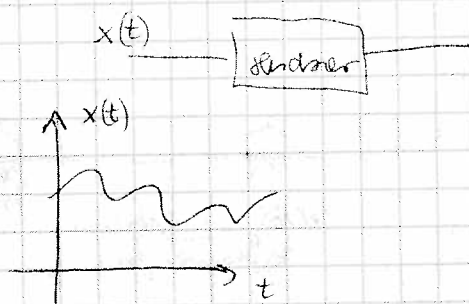


Tápfunkció jel és rendszerek

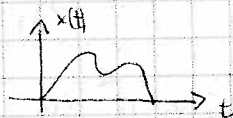


véges energiájú jelek: $\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty$

működő jel nem véges energiájú

véges átlagos energiájú jelek: $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt < \infty$

véges tartóú jellek:

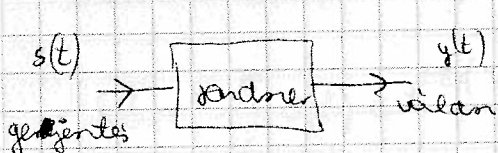


periodikus jelek

Időtartománybeli kérdés

- milyen frekvencia komponenseket tartalmaz?
- mekkora a sávvaltelője?

transzformált térben
kérdés válnak



$$y(t) = \Phi\{x(t)\}$$

lineáris = ha összege a superpoz. elve

$$\Phi\{\sum x_i \cdot x_i(t)\} = \sum x_i \cdot \Phi\{x_i(t)\}$$

memoramentis: ha $t=T$ időpontban kizárólag $x(t=T)$ értéke határozza meg a rendszert

$$y(t=T) = \Phi\{x(t=T)\}$$

kaválás: $y(t=T) = \Phi\{x(t), t \leq T\}$

időinvariancia: $y(t) = \Phi\{x(t)\}$

$$y(t=T) = \Phi\{x(t=T)\}$$

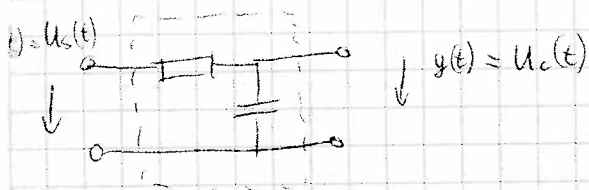
x -re egy korlát

stabil: $\Rightarrow$ BIBO $\Rightarrow$ átviteli

$$|x(t)| \leq K_x < \infty \rightarrow y(t) \leq K_y < \infty$$

Analízis : hálózategyenletek $\rightarrow$ rendszer egyenlet

Szintézis : rendszer egyenlet $\rightarrow$ hálózategyenlet (mérés feladat)



$\rightarrow$ analízis $\rightarrow$ megírjuk a rendszer egyenletét

$$\begin{aligned} ① \quad i_R &= i_C \\ ② \quad u_s &= u_R + u_C \\ u_R &= i_R \cdot R \\ i_C &= C \cdot \dot{u}_C \end{aligned}$$

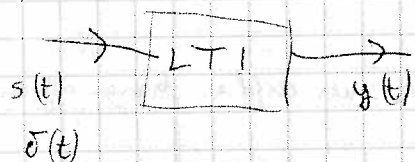
$$RC \cdot \dot{u}_C + u_C - u_s = 0$$

$\downarrow$
elsőrendű differenciálegyenlet

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t)$$

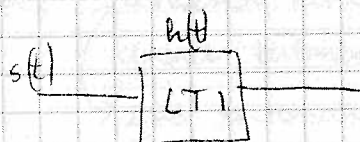
Vázgálszámok megoldása $\rightarrow \delta(t)$ -re adott válasz

Impulzusválasz p .



$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta^2(\tau) d\tau = \infty$$

$h(t) \rightarrow$ rendszer impulzusválasza
teljes mértékben leírja a rendszert



$$\begin{aligned} y(t) &= \Phi\{s(t)\} = \Phi\left\{\int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(t-\tau) d\tau\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \Phi\{\delta(t-\tau)\} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau = s(t) * h(t) \end{aligned}$$

$$s(t) \cdot \delta(t-\tau)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(t-\tau) d\tau$$

Fourier transzformáció

$$\text{Def: } x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

Megj: ① ha $x(t)$ jel valódi

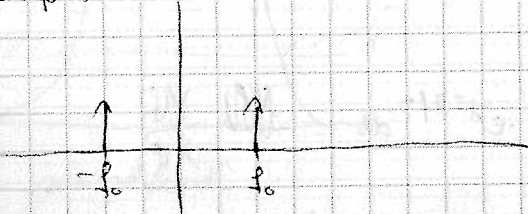
$\text{Re } X(f) \rightarrow$ páros
 $\text{Im } X(f) \rightarrow$ páratlan

② ha $x(t)$ valós, páros

$\text{Re } X(f)$ páros

③ ha $x(t)$ végtartó $\rightarrow X(f)$ végtelen tartó

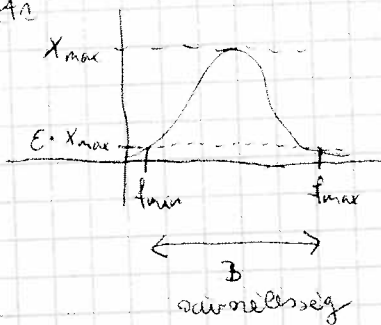
$$\sin(2\pi f_0 t)$$



Elektronenmessung

$$\boxed{\epsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}, \epsilon = 0,01, \epsilon = 0,001}$$

Def1:



Def2: B_{ϵ}

$$\int_{-B_{\epsilon}}^{B_{\epsilon}} |X(f)|^2 df = \epsilon \cdot E, \text{ ahol } E = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

$$\epsilon = 0,9 \rightarrow 90\% \rightarrow \text{mérés}$$

$$\epsilon = 0,99 \rightarrow 99\% \rightarrow \text{mérés}$$

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(f) \rightarrow \mathcal{F}\left\{\frac{dx(t)}{dt}\right\} = j\omega X(f)$$

Pl: $RC \cdot j\omega \cdot U_c(\omega) + U_c(\omega) - U_s(\omega) = 0$

$\rightarrow$ k_{α} man mer diff. lösen algebra

$$U_c(\omega) = \frac{U_s(\omega)}{1 + RCj\omega}$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$y(f) = \mathcal{F}\{y(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt =$$

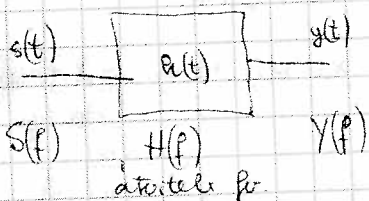
$$\text{Nagy: } X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau \cdot e^{-j2\pi ft} dt =$$

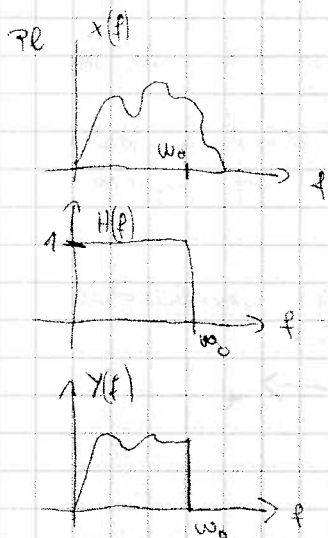
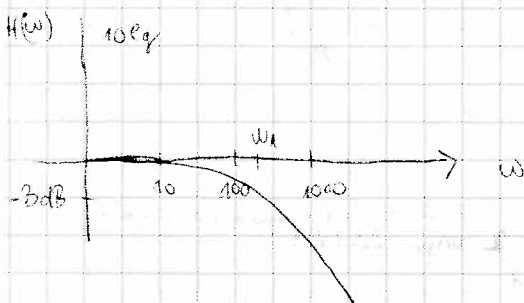
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot h(t-\tau) \cdot e^{-j2\pi f(t-\tau)} dt d\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau \cdot \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = S(f) \cdot H(f)$$

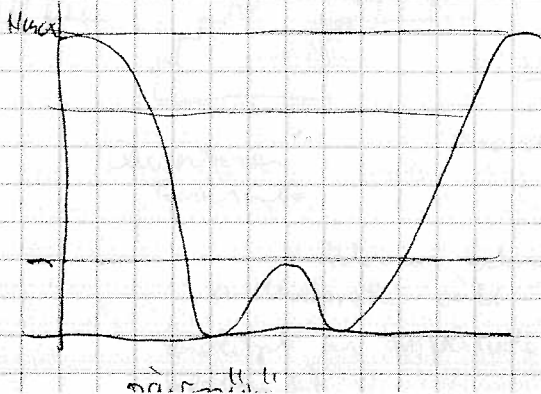
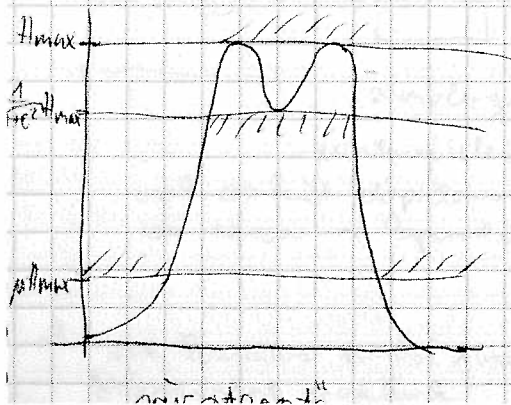
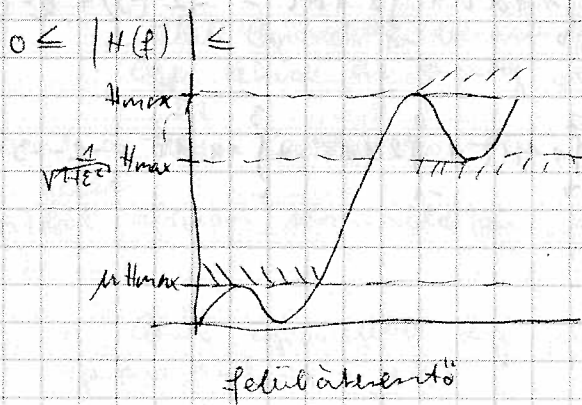
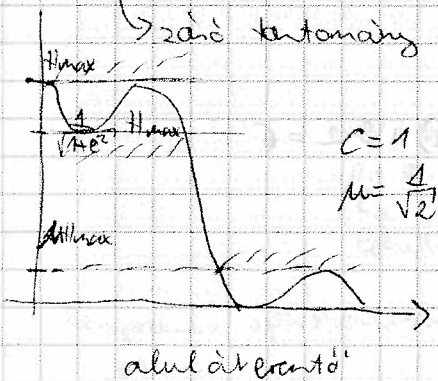


$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt = \frac{Y(f)}{X(f)}$$

$H(w) = \frac{U_c(w)}{U_s(w)} = \frac{1}{1 + RCjw} = \frac{1}{1 + j\frac{w}{w_d}}$
 $w_d = \frac{1}{RC}$

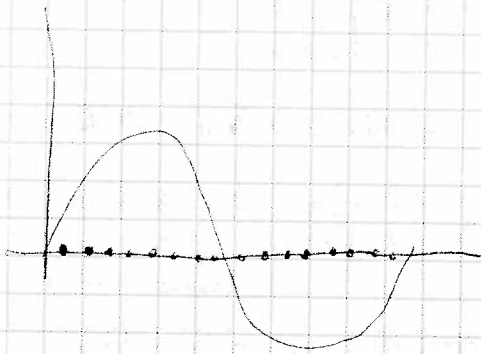


Def: $\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \cdot H_{max} \leq H(f)$
 - atresztó tartomány
 - átmeneti tartomány
 - zárt tartomány



2. Gral

2011.03.03



$$t = -\pi = \frac{1}{f_s} \cdot \pi$$

$$f_s = 1003, \text{ Hz}$$

$$y = \sin(t)$$

$$\text{plot}(t, y)$$

Abolal huti legnagyobb frekvencia - $\frac{f_s}{2}$

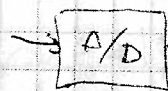
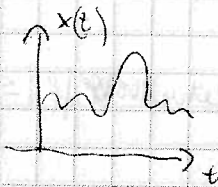
adott mintavételi frekvencia mellett amennyi felvétel max a felvételre felvehető a jellemző.

javaslat: az a felvétel a legnagyobb amplitúdójú a felvételre 0,3 - max a legnagyobb amplitúdójú

3. ea

2011.03.04

Analógjel

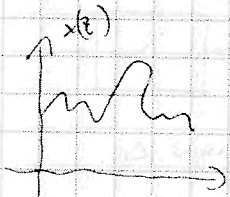


Digijel 010111...

Azért legkönnyebb bináris jellel
azt ábrázolni az analóg jel
DE

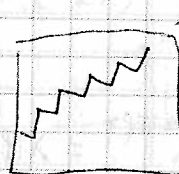
a bin. szorzat a létező legkönnyebb reprezentáció
az analóg jellel
(ha a digitális ábrázolás minálábbán akkor egyenlő
létezője).

Központi optimalizálás: a létező legkönnyebb dig. jel a létező legkönnyebb
reprezentáció a jellel

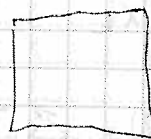


mintavétel

vagy diszkrét időpillanatokon
vagy az ábrázolás



Quantizer
kódolás



Encoder x

értékesen tartózkodás
is diszkrét világ

jelölés az amplitúdóérték (hív
0, 1, 10, ...)

* az a kvantálás miből bináris
számokat eredményez

Elő kérdések:

- 1) van-e információ a jelről a 1-4. kérdés
- 2) van-e a bináris reprezentációk és a jel közötti kapcsolat?
- 3) mi a jel sűrűsége, és van-e Fourier transzformációk értelmezése a jel sűrűségével kapcsolatban

Mintavételezés

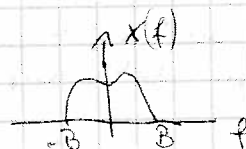


$$x(t_0 + kT) = x_k$$

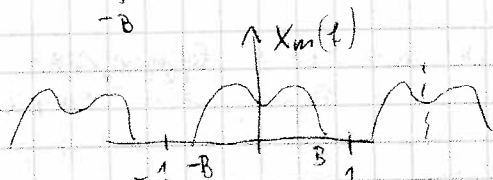
időben diszkrét jel

$x(t)$ szinkronizálva

$$x(t) = \int_{-B}^B X(f) e^{j2\pi ft} df$$



$$x_k = \int_{-B}^B X(f) e^{j2\pi f kT} df$$



a f -t kétféleképpen vizsgálhatjuk: $-B, B$ intervallumon, de ezt követően is folytatódik, de ezt követően is folytatódik, de ezt követően is folytatódik.

$x_m(f)$ jel: • periodikus ($\frac{1}{T}$ Hz)

$$\bullet \text{ ha } \frac{1}{T} \geq B \Rightarrow f_s \geq 2B$$

$$\bullet x_m(f) = X(f), \text{ ha } |f| \leq \frac{1}{2T}, \text{ illetve } |f| \leq B$$

Ha mintavétel frekvenciája jó választással akkor is a periodikus jel jól reprezentálható az eredeti jellel

$$x_m(f) = \sum_k c_k e^{-j2\pi f kT}$$

$$c_k = T \cdot \int_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} x_m(f) \cdot e^{j2\pi f kT} df = T \int_{-B}^B X(f) e^{j2\pi f kT} df$$

$$\text{ahogy az eredeti } x_m(f) = X(f)$$

$$= T \cdot x_k$$

$$x_m(f) = \sum_k T \cdot x_k e^{-j2\pi f kT} = X(f)$$

$$x(t) = \int_{-B}^B X(f) e^{j2\pi ft} df = T \cdot \sum_k x_k \int_{-B}^B e^{j2\pi f(t-kT)} df$$

összeadás az int.-al összege felírható

$$x(t) = T \sum_k x_k h(t-kT)$$

3

Mutaveteli t'el id'otomaybeli alayza:

Ha $X(t)$ szűrővel az $f_s \geq 2B$ rekonstrukció

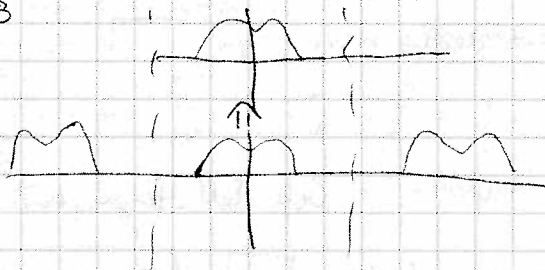
akkor a fel a mintaból

$$x(t) = \sum_k T \cdot x_k h(t - kT) \quad \text{also } h(t) = \frac{\sin \frac{2\pi Bt}{2B+1}}{2B+1}$$

$x(t)$ ist x_2 -~~re~~ affiner, also $x_q + 10^6 x(t)$ ist eine Translation

ti'el
hi'wawetili ✓ fahoe a'w'at. belin alabga.

Na $f_s \geq 2B$



A mintavétel jel spektrumából aluláteresztő szűrővel rekonstruálható az eredeti jel spektruma

Ha $d_s \leq 2B$



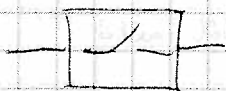
aliasing

ilgkos a mintából nem plasztizálható a jel
oraz információvesztésig történik

→ chvilč so žilet ablu-
atraci nivoel nima papri
a žilet.

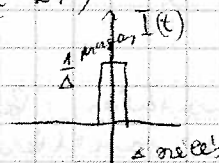
Gyalo-lati mintavételre

$\delta \varphi_{\text{air}} = \text{amni alatt a kapucoló zsinór van}$



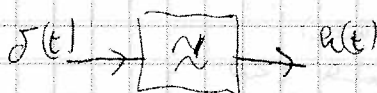
$$\approx \sum_k x_k \overset{\substack{\Delta \rightarrow 0 \\ \text{maximal } I(k)}}{I(t-kT)} \longrightarrow \sum_k x_k \delta(t-kT) = x_m(t)$$

Δ beger kommissie van zawa a kapis



Mr. Stavett Jel

expresy teréni impulsa

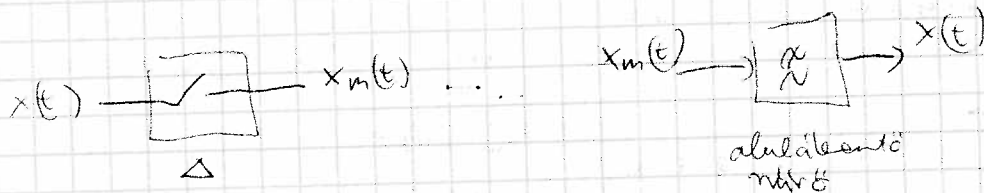


Impulsus vel
q.

$\Rightarrow h(t) = \frac{\sin 2\pi f_B t}{\pi f_B t}$

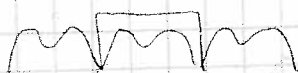
$$X_m(t) = \sum x_k \delta(t - kT) \rightarrow \boxed{\begin{matrix} \sim \\ \sim \end{matrix}} \xrightarrow{x(t)} \sum x_k h(t - kT)$$

Gyakorlati mintavételezés

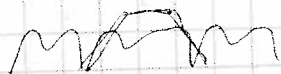


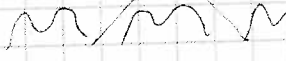
$x_m(t)$ = diszkrét idővel mintavetett

mintavétel: fellet a fellető gyakorlatiában a mintavétel $\rightarrow$ elvileg $f_s = 2B$ kellene
DE



$\rightarrow$ ideális mintavétel, ilyen  $\rightarrow$ valószínűségi mintavétel

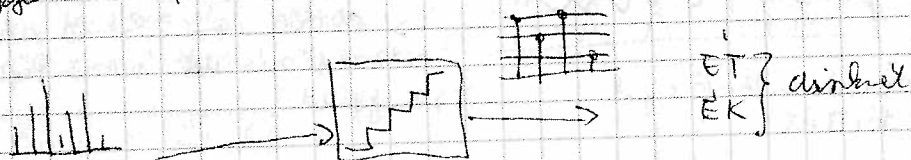


trapezoid $\rightarrow$ kelet kell legyen, mint 

minimál drágább a mintavétel annál inkább  ilyen

Kvantálás

Egyszerűsített kvantálás



időközönkénti mintavétel

diszkrét idővel mintavétel

mintavétel mint a fellető gyakorlatiában

$x_k \rightarrow x$ = mintavétel

$\uparrow$
a mintavétel időközönkénti mintavétel

$$N = \frac{2c}{\Delta} = 2^n$$

ha kvantálás mint n bitből álló
mintavétel legyen megadható

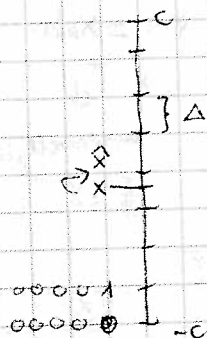
Kvantálás = kétféle, mindegyik információvesztéssel jár
(mintavételkor is a fellető gyakorlatiában, mint a fellető)

$$x = \hat{x} + \epsilon$$

$\uparrow$
kvantált mint

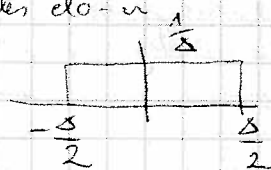
$\rightarrow$ kvantálás zaj (hiba)

ha fellető fellető $\epsilon < 0$
hibát $\epsilon > 0$



korrelációs egy

$\in [-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}] \rightarrow$ valósított egyenletes eloszlás



hőszeghárterület: $SNR = \frac{\text{átlagos jelenergia}}{\text{átl. zajenergia}}$
 signal noise ratio

minél nagyobb a
 kvantálás, annál nagyobb

jobb minőség $\rightarrow$ kevesebb bit, annál nagyobb
 $\rightarrow$ adatátviteli sebesség növekedés

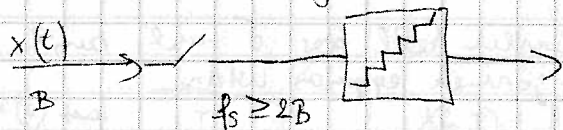
jelenergia: C amplitúdó maximális értéke $\rightarrow \frac{C^2}{2}$

Zajenergia: $E\{x^2\} = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} u^2 \cdot f(u) du = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} u^2 \cdot \frac{1}{\Delta} du = \frac{\Delta^2}{12}$
 második momentum

maximális érték eloszlása $f(u) = \frac{1}{\Delta}$

$$SNR = \frac{\frac{C^2}{2}}{\frac{\Delta^2}{12}} = 6 \cdot \frac{C^2}{\Delta^2} = \frac{6}{4} \cdot \frac{4C^2}{\Delta^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2C^2}{\Delta^2} = \frac{3}{2} \left(\frac{2C}{\Delta}\right)^2 = \frac{3}{2} N^2 = \frac{3}{2} 2^n$$

Adatátviteli sebesség:



adatátviteli
 sebesség
 $f_s \cdot n$
 bps

Beszédjel: 3,6 kHz $\rightarrow$ 4 kHz $\rightarrow f_s = 8$ kHz

$n = 8$ bit $\rightarrow$ adatátviteli seb = 64 kbps

Zene: 20 kHz $\rightarrow f_s = 44,1$ kHz $\rightarrow n = 16$ bit adatátviteli seb = $44,1 \cdot 10^3 \cdot 16$ bps

Kép: $400 \times 600 = 4,8 \cdot 10^5 \cdot \log_2(100) \cdot 25$ K 80 Mbps

Kvantálás minél kisebb a bit, annál nagyobb a hiba

