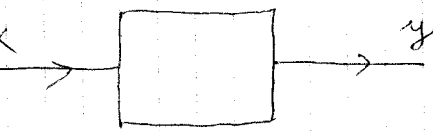


Differenciaegyenletek

$$\sum_{i=0}^N a_i \cdot y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j)$$

$$y(n) - 0,25 y(n-1) = 2x(n) - x(n-1)$$



kont. differenciál

diszkrét differencia

kont. "fokozat" : lineáris

"fokozat" : lineáris

számolás/megoldás módja:

homogén mo + partikuláris mo.

$$y_{\text{futt}}(n) = y_{\text{homogén}}(n) + y_{\text{partikuláris}}(n)$$

megén: $y(n) - 0,25 S(y(n)) = 2x(n) - S(x(n))$

$$\therefore y(n) - 0,25 y(n-1) = 2x(n) - x(n-1)$$

$N=1$ $M=1$

$$\lambda^1 - 0,25 \cdot \lambda^0 = 0$$

→ karakt. pol. gyökei adják az $y_{\text{hom}}(n)$ mo-ait

$$y_{\text{hom}}(n) = \sum_{i=1}^N C_i \lambda_i^n$$

$$\lambda_1 = 0,25$$

$$\Rightarrow y_{\text{hom}}(n) = C_1 \cdot 0,25^n$$

$$y(n) - 0,4 y(n-1) + 0,04 y(n-2) = x(n) + x(n-2)$$

$$N=2$$

$$M=2$$

$$\lambda^2 - 0,4 \lambda + 0,04 = 0$$

$$\rightarrow \lambda_1 = -0,0828 \dots$$

$$\lambda_2 = 0,48284$$

$$\Rightarrow y_{\text{hom}}(n) = C_1 (-0,0828)^n + C_2 (0,48284)^n$$

ismert gyök esetén (i multiplicitású gyök) az y_{hom} :

$$y_{\text{hom}}(n) = C_1 \lambda_1^n + C_2 n \lambda_1^n$$

Komplex gyököknél komplex konjugált párokat kapunk:
valós bemenet esetén valós a bemenet is

$$\cos(x) = \frac{1}{2} \cdot e + \frac{1}{2} e \quad \dots \rightarrow \text{harmonikus párok lennek, egy lehet valós a bemenet}$$

Pl.: (folyt.) $y_{\text{hom}}(n) = C_1 \cdot 0,25^n$

a) $x(n) = u(n) \cdot 0,8^n \rightarrow$ gerjesztés

$y(-1) = 0 \rightarrow$ kezdeti feltétel

Partikuláris mo. keresésként próbafüggvény:

gerjesztés $x(n)$	$y_{\text{próba}}(n)$ part. válasz
$A \cdot u(n) \rightarrow$ egy konstans	$K \cdot u(n)$
$u(n) \cdot a^n$	$u(n) \cdot K \cdot a^n$
$u(n) \sum_{j=0}^K n^j \cdot \alpha_j$	$u(n) \sum_{j=0}^K n^j \cdot M_j$
$u(n) (A \cdot \cos(f_n + \theta) + B \sin(f_n + \theta))$	$u(n) (C \cdot \cos(f_n + \theta) + D \cdot \sin(f_n + \theta))$

$$y_p(n) = K \cdot 0,8^n$$

Akkor igaz, ha $n \geq M$

$$K \cdot 0,8^n - 0,25 \cdot K \cdot 0,8^{n-1} = 2 \cdot 0,8^n - 0,8^{n-1}$$

$$K \cdot 0,8 \cdot 0,8^{n-1} - 0,25 K \cdot 0,8^{n-1} = 2 \cdot 0,8 \cdot 0,8^{n-1} - 0,8^{n-1} \quad / : 0,8^{n-1}$$

$$K = \frac{12}{11}$$

$$y_p(n) = \frac{12}{11} \cdot 0,8^n$$

$$y_{\text{dét}}(n) = C_1 \cdot 0,25^n + \frac{12}{11} \cdot 0,8^n$$

Kezdeti feltétellel:

$$y(M-N+1)$$

$$y(-1) = 0$$

$$y(0) = 0,25 \underbrace{y(-1)}_0 + 2 \underbrace{u(0)}_1 \underbrace{0,8^0}_1 - \underbrace{u(-1)}_0 \cdot 0,8^{-1} =$$

$$y(0) = 2$$

$$y(1) = 0,25 \underbrace{y(0)}_2 + 2 \underbrace{u(1)}_1 \cdot 0,8 - \underbrace{u(0)}_1 \cdot 0,8^0 =$$

$$= 0,25 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 0,8 - 1 \cdot 1 = 0,5 + 1,6 - 1 = 1,1 = y(1)$$

Visszahelyettesítés:

$$y(1) = 1,1 = C_1 \cdot 0,25^1 + \frac{12}{11} \cdot 0,8^1 \Rightarrow C_1 = \frac{10}{11}$$

$\therefore$ u. ez a differenciál: $y(n) - 0,25 y(n-1) = 2x(n) - x(n-1)$
 gerjesztés: $x(n) = u(n) \cdot \cos\left(n \frac{\pi}{10}\right)$
 kezdeti felt.: $y(-1) = 0$

feladat

$$y(n) + 0,1 y(n-1) - 0,06 y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

$$\lambda^2 + 0,1\lambda - 0,06 = 0$$

$$\lambda_1 = -0,3$$

$$\lambda_2 = 0,2$$

$$\Rightarrow y_{hom}(n) = C_1 (-0,3)^n + C_2 (0,2)^n$$

gerjesztés: $x(n) = u(n) \cos(0,5n)$

kezdeti felt.: $y(-1) = y(-2) = 0$

$$y_p(n) = A \cos(0,5n) + B \sin(0,5n)$$

$$\begin{aligned}
 & A \cos(0,5n) + B \sin(0,5n) + 0,1 A \cos(0,5(n-1)) + 0,1 B \sin(0,5(n-1)) - \\
 & - 0,06 A \cos(0,5(n-2)) - 0,06 B \sin(0,5(n-2)) = \\
 & = u(n) \cdot \cos(0,5n) + 2(u(n-1) \cdot \cos(0,5(n-1)))
 \end{aligned}$$

$$A = 2,60848$$

$$B = 0,914863$$

$$y_p(n) = 2,6 \cos(0,5n) + 0,914 \sin(0,5n)$$

$$\Rightarrow y_{det}(n) = y_h(n) + y_p(n)$$

de C_1 és C_2 még nem ismert

$$y(M-N+1) = y(0)$$

$$y(M-N+2) = y(1)$$

$$y(0) = -0,1 \underbrace{y(-1)}_0 + 0,06 \underbrace{y(-2)}_0 + \underbrace{\cos(0,5 \cdot 0)}_1 \underbrace{u(0)}_1 + 2 \underbrace{u(-1)}_0 \cos(-0,5) = 1$$

$$\begin{aligned}
 y(1) &= -0,1 \underbrace{y(0)}_1 + 0,06 \underbrace{y(-1)}_0 + \underbrace{\cos(0,5)}_{\cos(0,5)} \underbrace{u(1)}_1 + 2 \underbrace{u(0)}_1 \underbrace{\cos(0,5)}_{\cos(0,5)} = \\
 &= 0,777
 \end{aligned}$$

$$1 = \underbrace{C_1}_{C_1} \cdot (-0,3)^0 + \underbrace{C_2}_{C_2} (0,2)^0 + \underbrace{2,6}_{2,6} \cos(0,5 \cdot 0) + \underbrace{0,915}_0 \sin(0,5 \cdot 0) \quad (1)$$

$$0,777 = C_1(-0,3) + C_2(0,2) + 2,6 \cos(0,5) + 0,915 \sin(0,5) \quad (2)$$

$$C_1 = 3,256$$

$$C_2 = -1,865$$

→ ismeret bonyolultabb EC. ábrák

$$b) x(n) = u(n) \cdot 0,2^n$$

$$y(-1) = y(-2) = 0$$

$$n \cdot 0,2^n \rightarrow K n^2 \cdot 0,2^n$$

MATLAB:

$$f(a_i, b_i, n, y(0), x)$$

$$\text{function } y = f(a_i, b_i, NN, y_0, x)$$

$$y = \text{zeros}(1, NN+1);$$

ybuff

for n=0:NN

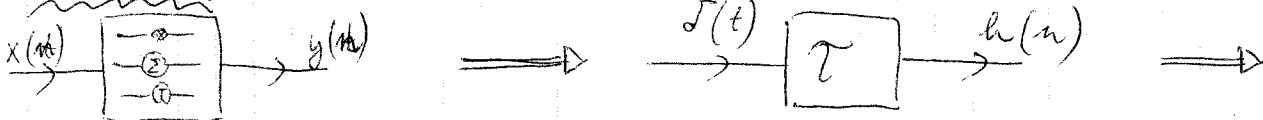
$$\text{for } i=1:\text{length}(a_i)$$

$$y(n+1) =$$

$$y(n) = \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) + \sum_{i=0}^M b_i x(n-i)$$

Hf.: tetra differenciálre tetra. bemenetre n db iterációra mi lesz a no?

Eltérítés



LTI Topológia — HW (araz áramkör (AK))
— Prg.

$$\Rightarrow x(n) \rightarrow \boxed{h(n)} \rightarrow y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n-k) x(k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(n-k)$$

Feltételek (rdm. - se): kauszális
stabilitás (BIBO pl.)

Kauszalitás vizsgálata az ált. def. alapján:
 $y(n) = F(x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(0))$
pl. $x(n+1)$ -től nem függ $y(n)$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(n-k) = \dots + \underbrace{h(-1)x(n+1)}_{k=-1} + \underbrace{h(0)x(n)}_{k=0} + \underbrace{h(1)x(n-1)}_{k=1} + \underbrace{h(2)x(n-2)}_{k=2} \dots$$

$\Rightarrow h(n)$ legyen: $h(n) = 0$ ha $n < 0$
 $\sim$ belépőfü. legyen

Ha az impulzusválasz fv. belépőfü $\Rightarrow$ kauszális a rdn.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) x(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n-k) x(k) \rightarrow k \leq n \text{ legyen}$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^n h(n-k) x(k)$$

kauszális rdn. belépő $x(n)$ -vel:

$x(n) = 0$ ha $n < 0$ és $h(n)$ is belépőfü.

$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(k) x(n-k) = \sum_{k=0}^{\infty} h(n-k) x(k)$$

Stabilitás (BIBO)

$$\exists M_x: |x(n)| < M_x \quad \forall n \Rightarrow \exists M_y: |y(n)| < M_y \quad \forall n$$

$$|y(n)| = \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(n-k) \right| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| |x(n-k)| \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| \cdot M_x =$$

$$= M_x \cdot \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)|}_{\text{véges}} = M_y$$

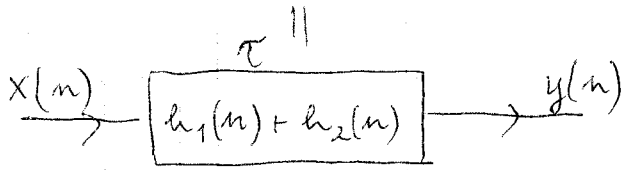
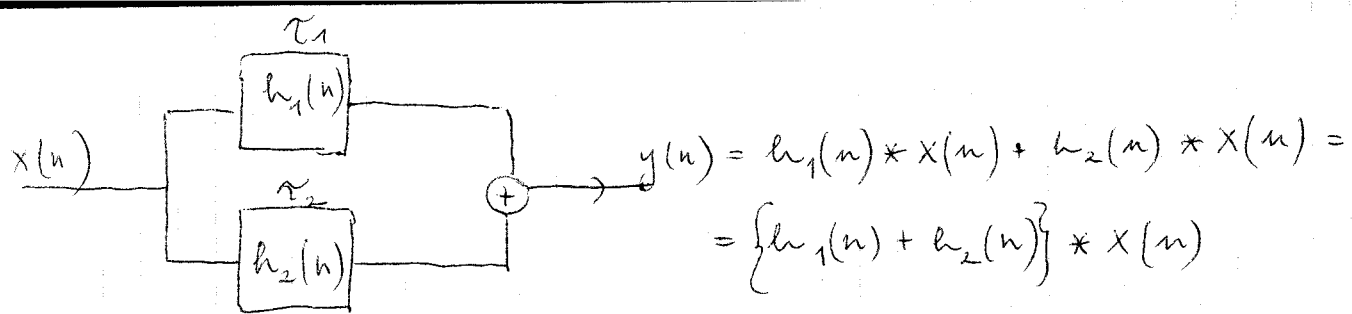
A BIBO stabilitás feltétele: $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(k)| < \infty$ (abszolút summálhatóság)

$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(k) x(n-k) = h(n) * x(n) \rightarrow *, + \text{ algebrai testet alkot}$$

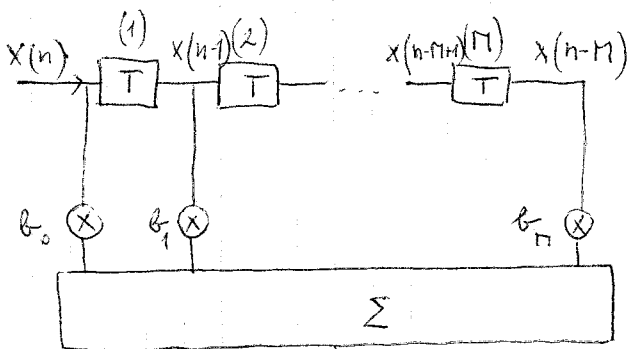
$$x(n) \xrightarrow{\tau_1} \boxed{h_1(n)} \rightarrow \boxed{h_2(n)} \xrightarrow{\tau_2} y(n) = h_2(n) * (h_1(n) * x(n)) = \{h_2(n) * h_1(n)\} * x(n)$$

ha $x(n)$ és $y(n)$ is belépőfü.

azaz $x(n) \rightarrow \boxed{h_1(n) * h_2(n)} \rightarrow y(n)$

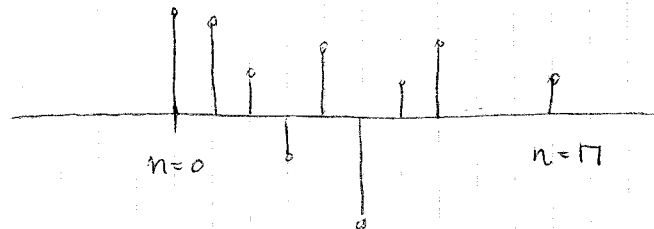


Linear sistem dengan delay dan ek tipusai:

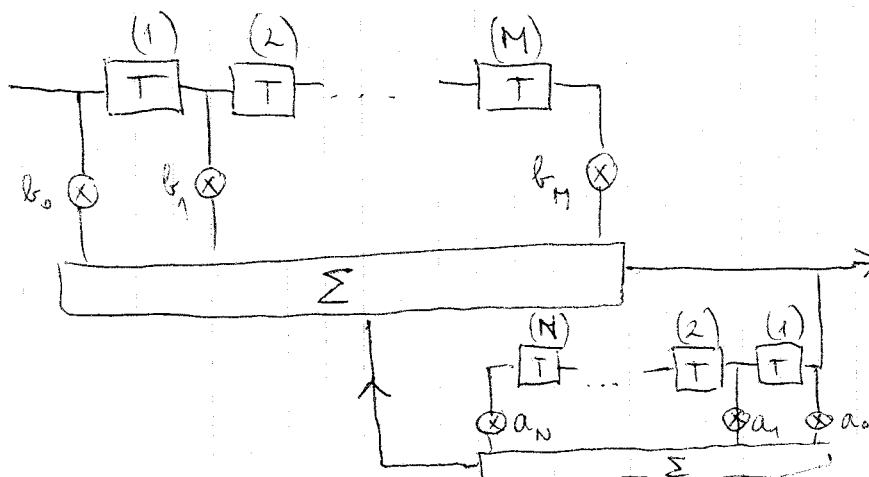


$$y(n) = \sum_{j=0}^M b_j \cdot x(n-j) \rightarrow y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) x(n-k)$$

$$h(0) = b_0, \quad h(1) = b_1, \quad \dots, \quad h(M) = b_M$$



$h(n)$ adalah tarbiyah jel =
 = FIR (finite impulse response)
 → struktur sistem stabil dan.

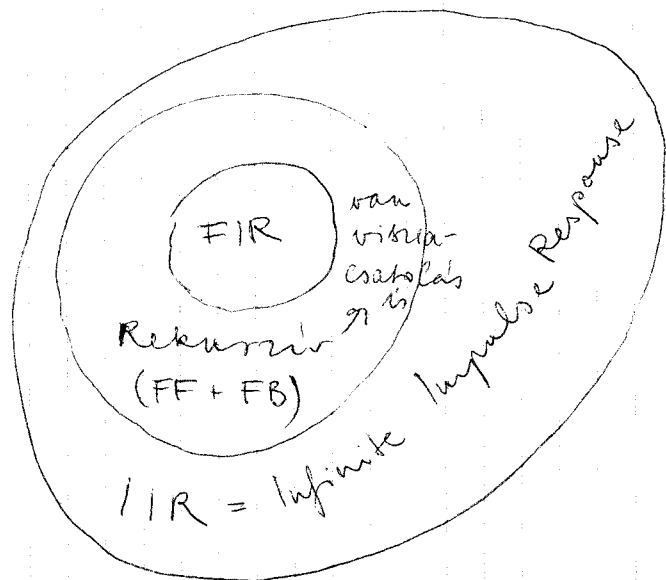


$$y(n) = - \sum_{k=0}^N a_k y(n-k) + \sum_{j=0}^M b_j x(n-j)$$

FB (feedback)

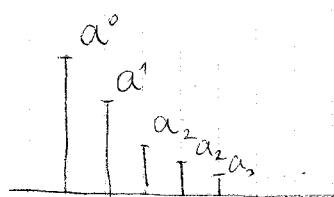
FF (feedforward)

rekurzív: kerdesi etiket $y(-1), y(-2) \dots y(-N)$

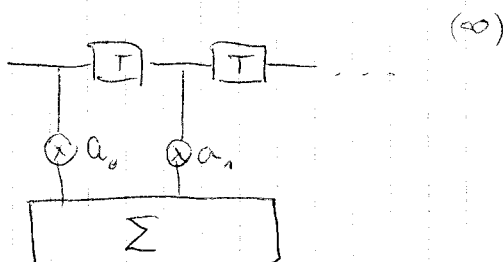


A rekurzív miért van benne az IIR-ben?

$$y(n) = \sum_{i=0}^n a^i x(n) \rightarrow \text{IIR mert}$$



rekurzív, mert:



$$y(n-1) = \sum_{i=0}^{n-1} a^i x(i)$$

$$y(n) = y(n-1) + a^n x(n)$$

$$\left. \begin{array}{l} y(n) = a y(n-1) + x(n) \\ y(-1) \text{ rögz.} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \text{elsőrendű rekurzív rdn.} \\ \Rightarrow \text{teljesen megadott rdn.} \end{array}$$

$$n \neq 0; \quad y(0) = a y(-1) + x(0)$$

$$n = 1; \quad y(1) = a y(0) + x(1) = a^2 y(-1) + a x(0) + x(1)$$

$$n = 2; \quad y(2) = a y(1) + x(2) = a^3 y(-1) + a^2 x(0) + a x(1) + x(2)$$

$$y(n) = \underbrace{a^{n+1} y(-1)}_{\text{homogén tag}} + \underbrace{\sum_{k=0}^n a^{n-k} x(k)}_{\text{inhomogén tag}}$$

0 bemenőjel esetén figyelembe vehető még

a zero input tag

ha eltűnik (stabilitás, $a < 1$) $\rightarrow$ transziens

a kimenő jelből

homogén tag

zero state ($y(-1)=0$)
stacionárius állapot
(csak az a meg-
határoz, $y(-1)$ meg-
inhomogén tag

Általános rekurzív sdn. leírása

(tartalmaz egy FF és egy FB részt)

$$y(n) = \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) + \sum_{j=0}^M b_j x(n-j); \quad y(-1) \dots y(-N) \text{ ismert}$$

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j)$$

ahol $a_0 = 1$

N-edrendű lineáris differenciaegyenlet

$$\vec{a} \vec{b} x(n) \xrightarrow{?} y(n)$$

adott

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = g(n); \quad y(-1) \dots y(-N) \text{ ismert}$$

$$\sum_{i=0}^N a_i S^i y(n) = g(n); \quad \tau := \sum_{i=0}^N a_i S^i$$

$$\tau y(n) = g(n)$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ y_{\text{hom}}(n) \quad y_{\text{part}}(n) \end{array}; \quad \begin{array}{l} \tau y_{\text{hom}}(n) = 0 \\ \tau y_{\text{part}}(n) = g(n) \end{array}$$

$$y(n) = y_{\text{hom}}(n) + y_{\text{part}}(n)$$

Homogén ált. mo-a:

$$\text{Saját fr.: } f(n) \quad S f(n) = \text{const } f(n)$$

sd.

sf.

$$S^i \lambda^n = \lambda^{n-i} = \lambda^{-i} \lambda^n$$

$$\tau \lambda^n = 0$$

$$\sum_{i=0}^N a_i S^i \lambda^n = 0$$

$$\sum_{i=0}^N a_i \lambda^{n-i} = 0$$

$$\lambda^n \sum_{i=0}^N a_i \lambda^{-i} = 0 \Rightarrow \sum_{i=0}^N a_i \lambda^{-i} = 0 \Rightarrow \boxed{\sum_{i=0}^N a_i \lambda^{N-i} = 0} \Rightarrow \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$$

karakterisztikus polinom

$$y_{\text{hom}}(n) = \sum_{i=1}^N C_i \lambda_i^n$$

$$\tau y_{\text{hom}}(n) = \sum_{i=1}^N C_i \tau \lambda_i^n = 0$$

$$Pl.: y(n) - 3y(n-1) - 4y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

$$N=2$$

$$\lambda^2 - 3\lambda - 4 = 0 \quad \lambda_{1,2} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$y_{hom}(n) = C_1 \cdot 4^n + C_2 (-1)^n$$

A 2. rendű differenciálegyenlet megoldható, ha a karakterisztikus polinom gyökei az egység sugarú körön belül vannak.

hom. egyenlet partikuláris mo-a

$x(n)$	$y(n)$	
$M \cdot \varepsilon(n)$	$K \cdot \varepsilon(n)$	$\varepsilon(n)$ belépő je.
$A^n \cdot \varepsilon(n)$	$K \cdot A^n \cdot \varepsilon(n)$	
$A^n \cdot n^M$	$K_0 n^M + K_1 n^{M-1} + \dots + K_M$	
$A^n \cdot n^M$	$(K_0 n^M + \dots + K_M) A^n$	
$\cos nw$ $\sin nw$	$K_1 \cos nw + K_2 \sin nw$	

$$x(n) = 1 \cdot \varepsilon(n)$$

$$y_{ip}(n) = K \cdot \varepsilon(n)$$

$$Pl.: K - 3K - 4K = 1 + 2$$

$$-6K = 3$$

$$K = -0,5$$

$$y_{ip}(n) = -0,5 \varepsilon(n)$$

$$y(n) = \underbrace{\sum_{i=1}^N c_i \lambda_i^k}_{y_{ha}(n)} + y_{ip}(n) \Rightarrow c_1 \dots c_N$$

$$y(n) = -\sum_{i=1}^N a_i \cdot y(n-i) + \sum_{j=0}^M b_j \cdot x(n-j); \quad y(-1) \dots y(-N)$$

$$\begin{cases} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{cases}$$

Pl.: $y(-1) = 1$

$y(-2) = -2$

$$y(0) = 3 \cdot y(-1) + 4 \cdot y(-2) + x(0) + 2x(-1) = 3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 1 + 0 = -4$$

$$y(1) = 3 \cdot (-4) + 4 \cdot 1 + 1 + 2 = -5$$

$$\left(\sum_{i=0}^N c_i \lambda_i^N \right) + y_{ip}(n) = y(n) \rightarrow y_{hom}(n) = y(n) - y_{ip}(n)$$

$$n=0 \text{ - ra } \sum_{i=0}^N c_i + y_{ip}(0) = y(0) \quad \sum c_i \lambda_i^0$$

$$n=1 \text{ - re } \sum_{i=0}^N c_i \lambda_i + y_{ip}(1) = y(1)$$

$$n=N-1 \text{ - re } \sum_{i=0}^{N-1} c_i \lambda_i^{N-1} + y_{ip}(N-1) = y(N-1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & & \lambda_N \\ \vdots & & & \\ \lambda_1^{N-1} & \lambda_2^{N-1} & & \lambda_N^{N-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y(0) - y_{ip}(0) \\ y(1) - y_{ip}(1) \\ \vdots \\ y(N-1) - y_{ip}(N-1) \end{pmatrix}$$

Rekurzív rdsz - ek delt. leltára:

- 1.) Karakterisztikus pol. gyökei $\rightarrow \sum_{i=1}^N c_i \lambda_i^N$
- 2.) Inhom. partikuláris $\rightarrow y_{ip}(n)$
- 3.) Kezdeti értékekből iterálni $\rightarrow y(0) \dots y(N-1)$
- 4.) Lin. egyenletrends. $\rightarrow y(n) = \sum_{i=0}^N c_i \lambda_i^n + y_{ip}(n)$
 c_i -k meghatározása

27. Gyakorlat

Belepiső gerjesztés	Impulzusválasz $x(n) = \delta(n)$
$x(n) = u(n) \cdot \cos\left(n \frac{\pi}{2}\right)$	
$x(n) = u(n) \cdot a^n$	
$x(n) = u(n) \cdot A$	

- kar. pol. $\forall n \geq 0$
- $y_{ad}(n)$
- $y_p(n) \rightarrow$ probafu. naddierővel $y_p(n) = 0 \quad \forall n > M+1$
- $\forall n \geq M$

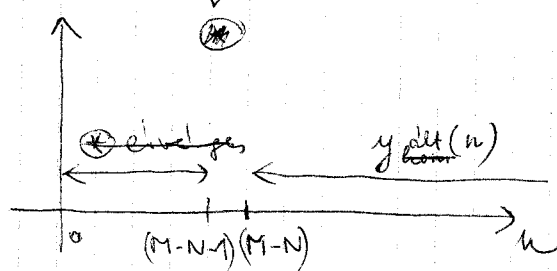
$$y_d(n) = y_p(n) + y_h(n) \quad y_a(n) = y_h(n) + y_p(n) \quad n \geq M-N+1$$

$$\forall n \geq M-N$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-N} \{y(n-k) \delta(k)\} + u(n-M-N) y_{ad}(k)$$

$x(n)$	probafu.
A	K
$a^n \quad \lambda_i \neq a$	$B \cdot a^n$
$a^n \quad \lambda_i = a$	$B \cdot n \cdot a^n \rightarrow$ rezonancia
$* \cos(\varphi n)$	$A \cdot (\cos(\varphi n)) + B \cdot (\sin(\varphi n))$
$* \sin(\varphi n)$	$A \cdot (\cos(\varphi n)) + B \cdot (\sin(\varphi n))$
$\cos(\varphi n) \quad \lambda_i = e^{j\varphi}$	$A n \cos(\varphi n) + B n \sin(\varphi n)$
$a_k n^k + a_{k-1} n^{k-1} + \dots + a_0$	$b_k n^k + b_{k-1} n^{k-1} + \dots + b_0$

$$y_d(n) = \sum_{k=0}^{M-N-1} \{y(k) \delta(n-k)\} + y_{ad}(n) \cdot u(n-M-N)$$



$$\textcircled{1} \quad y(n) - y(n-1) + 0,25 \cdot y(n-2) = x(n) - 0,17 \cdot x(n-2)$$

$$x(n) = u(n) \cdot 0,1^n$$

$$y(-1) = y(-2) = 0$$

$$y(n) = ?$$

A) Homogén mo.

a) karakterisztikus polinom

$$a_0 \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \dots = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda + 0,25 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = 0,5 \leftarrow \text{többszörös gyök}$$

$$y_{\text{hom}}(n) = c_1 \cdot 0,5^n + c_2 \cdot n \cdot 0,5^n$$

B) Partikuláris mo.

$$y_p(n) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{kereszt}}}{K} \cdot 0,1^n$$

$\forall n \geq M$

$$K \cdot 0,1^n - K \cdot 0,1^{n-1} + 0,25 \cdot K \cdot 0,1^{n-2} = 0,1^n - 0,17 \cdot 0,1^{n-2}$$

$$K = -1$$

$$y_p(n) = -0,1^n$$

C) Ált. mo. felírása

$$y_{\text{alt}}(n) = y_{\text{hom}}(n) + y_{\text{part}}(n) =$$

$$= \underbrace{c_1 \cdot 0,5^n + c_2 \cdot n \cdot 0,5^n}_{y_{\text{hom}}(n)} + \underbrace{-0,1^n}_{y_p(n)}$$

$y(M-N)$ $y(M-N+1)$ értékektől határozunk meg c_1 és c_2 értékeit

$$y(0) = y(-1) - 0,25 \cdot y(-2) + x(0) - 0,17 \cdot x(-2)$$

$$y(0) = 0 - 0,25 \cdot 0 + 1 - 0,17 \cdot 0 = 1$$

$$y(1) = \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{y(0)} - 0,25 \underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{y(-1)} + \underset{\substack{\uparrow \\ 0,1}}{x(1)} - 0,17 \underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{x(-1)} = 1,1$$

$$\left. \begin{aligned} y(0) = (1, 0) &= c_1 \cdot 0,5^0 + c_2 \cdot 0 \cdot 0,5^0 - 0,1^0 \\ y(1) = (1, 1) &= c_1 \cdot 0,5^1 + c_2 \cdot 1 \cdot 0,5^1 - 0,1^1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} c_1 &= 2 \\ c_2 &= 0,4 \end{aligned}$$

$$y_{\text{akt}}(n) = 2 \cdot 0,5^n + 0,4 \cdot n \cdot 0,5^n - 0,1^n$$

akkor érvényes, ha $n > 2$

④ Megoldás:

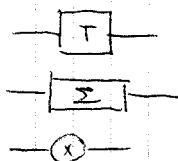
$$y(n) = \delta(n) \cdot (1) + \delta(n-1) \cdot (1,1) + n(n-2) \cdot 2 \cdot 0,5^n + 0,4n \cdot 0,5^n - 0,1^n$$

⑤ Ellenőrzés

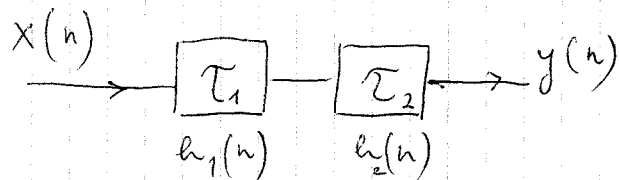
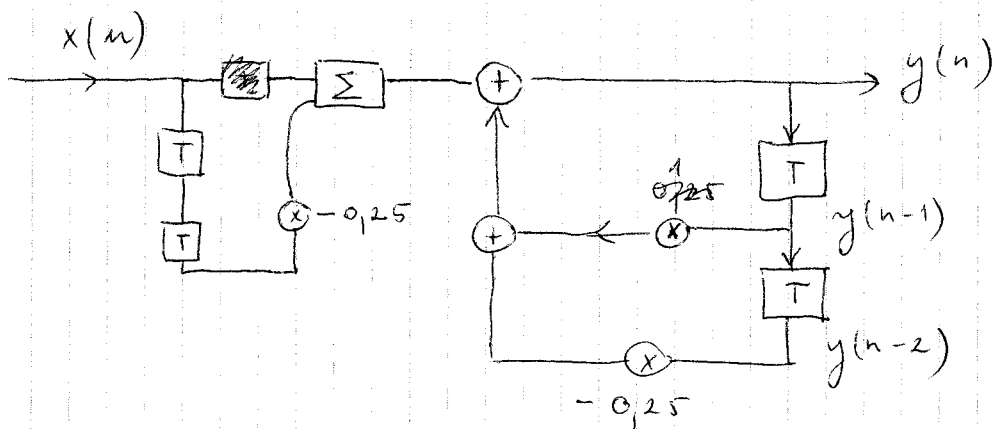
$$y(2) = \underline{0,69} \quad \text{viszakhelyettesítéssel a rekurzív mód-
szert használva}$$

$$y(2) = 2 \cdot 0,5^2 + 0,4 \cdot 2 \cdot 0,5^2 - 0,1^2 = \underline{0,69}$$

⑥ Blokkdiagram



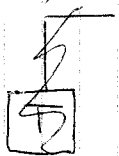
$$y(n) = y(n-1) - 0,25 y(n-2) + x(n) - 0,17 x(n-2)$$

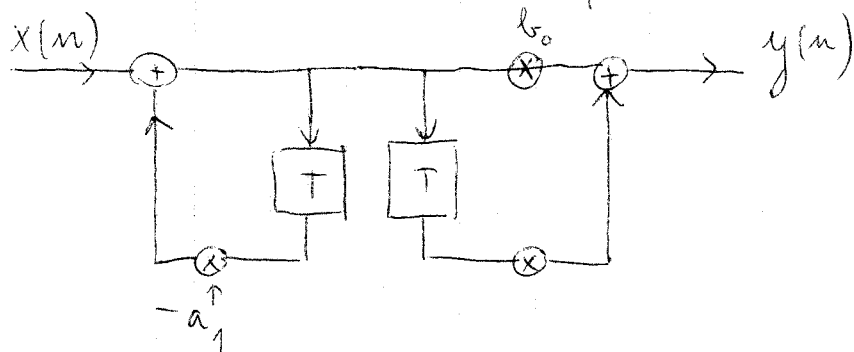
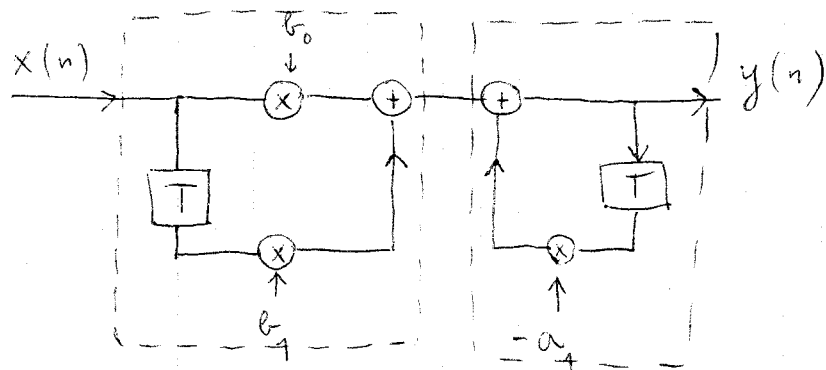


$$y(n) = h_2(n) * (h_1(n) * x(n)) = h_1(n) * (h_2(n) * x(n))$$

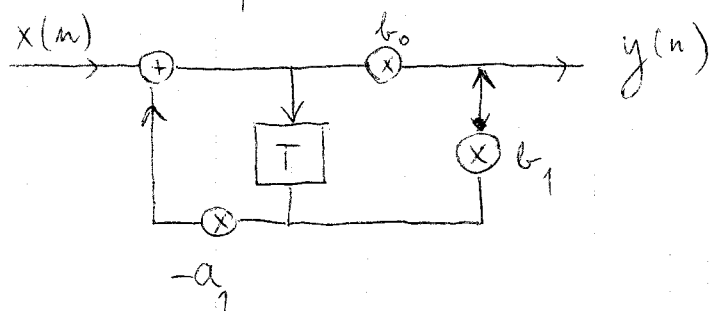


$$y(n) + a_1 y(n-1) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$





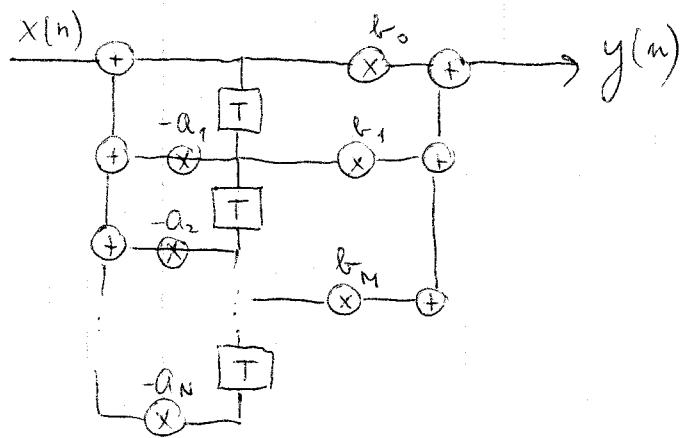
→ Direct Form I



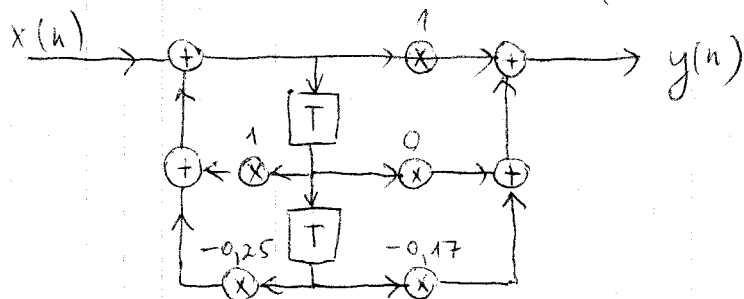
→ Direct Form II

kiseltetjük $\max(N, M) = \max(N, M)$

Direct Form II általánosán:



Az előző feladatban ez (Direct Form II.)



$$y(n) - y(n-1) + 0,25 y(n-2) = x(n) - 0,75 \cdot x(n-2)$$

$$x(n) = u(n) \cdot 0,5^n$$

$$y(-1) = y(-2) = 0$$

Hf) Blokdigram felrajzolása DF I-ben és DF II-ben

$$A) y_h = c_1 \cdot 0,5^n + c_2 \cdot n \cdot 0,5^n$$

$$\lambda_{1,2} = 0,5$$

B) Partikuláris mo.

rezonancia! (gerjentes is $0,5^n$) + többszörös gyök

$$y_p = K \cdot n^2 \cdot 0,5^n$$

$$K n^2 \cdot 0,5^n - K \cdot (n-1)^2 \cdot 0,5^{n-1} + 0,25 \cdot K \cdot (n-2)^2 \cdot 0,5^{n-2} =$$

$$= 0,5^n - 0,75 \cdot 0,5^{n-2}$$

$$\boxed{\text{ha } n \geq 2}$$

$$K = -1$$

$$y_p = (-1) \cdot n^2 \cdot 0,5^n$$

C) Alt. mo. $y_{alt}(n) = y_h(n) + y_p(n)$

$$y_{alt}(n) = c_1 \cdot 0,5^n + c_2 \cdot n \cdot 0,5^n - n^2 \cdot 0,5^n$$

$$y(M) = y(2)$$

$$y(M-2) = y(0)$$

$$y(0) = 1 = c_1 \cdot 0,5^0 + c_2 \cdot 0 \cdot 0,5^0 - 0^2 \cdot 0,5^0 \quad \left. \begin{array}{l} c_1 = 1 \\ c_2 = 1 \end{array} \right\}$$

$$y(1) = 0,5 = c_1 \cdot 0,5^1 + c_2 \cdot 1 \cdot 0,5^1 - 1^2 \cdot 0,5^1$$

$$y(2) = 0,25$$

$$y(n) = u(n) (1 \cdot 0,5^n + 1 \cdot n \cdot 0,5^n - n^2 \cdot 0,5^n)$$

Ellenőrzés Hf)

③ $y(n) + 0,16 \cdot y(n-2) = 2 \cdot x(n-1) + 0,32 \cdot x(n-2)$
 $y(-1) = y(-2) = 0$
 $x(n) = u(n)$

Ⓐ Homogen

$$\lambda^2 + 16 = 0 \quad \lambda_{1,2} = \pm 0,4 \cdot j$$

$$y_h(n) = c_1 (0,4j)^n + c_2 (-0,4j)^n$$

Ⓑ Partikularis

$$y_p(n) = K$$

$$K + 0,16K = 2 + 0,32 \quad \forall n \geq M-2 \quad (M=2)$$

$$K = 2$$

$$y_p(n) = 2$$

Ⓒ Allg. mo.

$$y_a(n) = c_1 (0,4j)^n + c_2 (-0,4j)^n + 2$$

$$y(M-1) = y(1) = 2$$

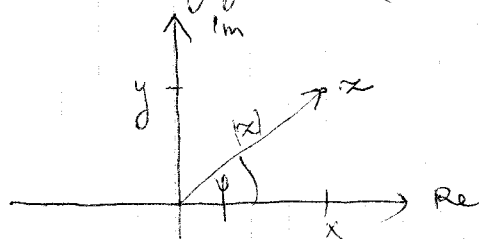
$$y(M-2) = y(0) = 0$$

$$c_1 = c_2 = -1$$

Ⓓ Merged

$$y(n) = u(n) \left[-1 (0,4j)^n - 1 (-0,4j)^n + 2 \right]$$

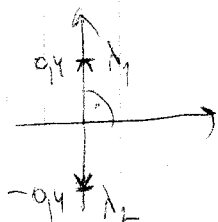
$$z = x + jy = |z| (\cos \varphi + j \sin \varphi) = |z| e^{j\varphi}$$



$$\cos(x) = \operatorname{Re}(e^{jx}) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$\sin(x) = \operatorname{Im}(e^{jx}) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2}$$

Ⓓ Allg. mo.



$$y(n) = u(n) \left[-1 (0,4 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}})^n - 1 (0,4 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}})^n + 2 \right] =$$

$$= u(n) \left[-2 \cdot 0,4^n \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) + 2 \right]$$