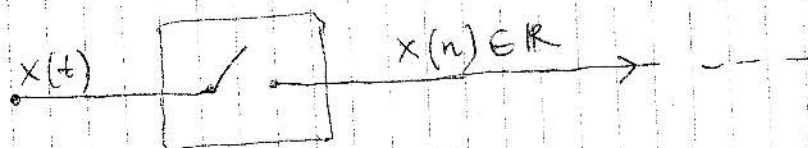
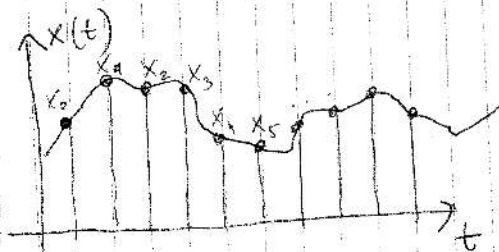


mintavételezés



$$T = \frac{1}{f_s}$$



$x(n)$ -et kvantálunk mellé, mert nem tudjuk az összes
valós számot ábrázolni

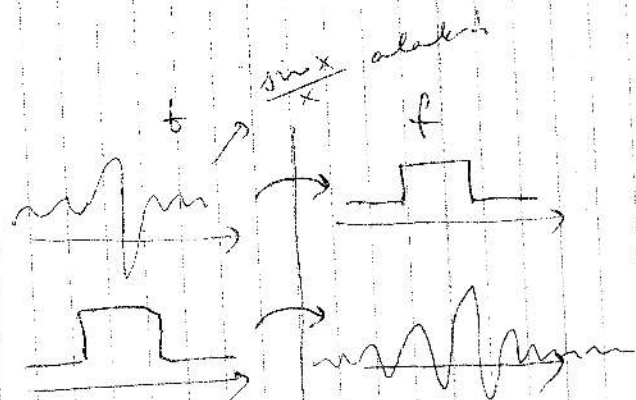
$\Rightarrow$ kvantálás



$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(f) e^{j2\pi ft} df \quad x(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(f)$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot h(t - kT)$$

$$h(t) := 2B \cdot \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$

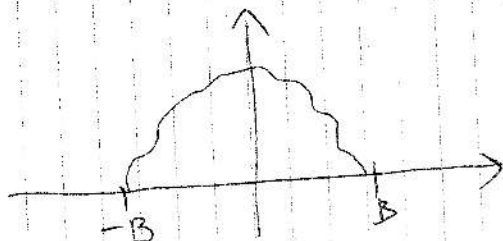


Mivel a $\frac{\sin x}{x}$ alakú $[-\infty, \infty]$ -on
hat $\Rightarrow$ az $x(t)$ csak akkor állítható, ha
a mintákat $-\infty$ -tól ∞ -ig kell ismerni

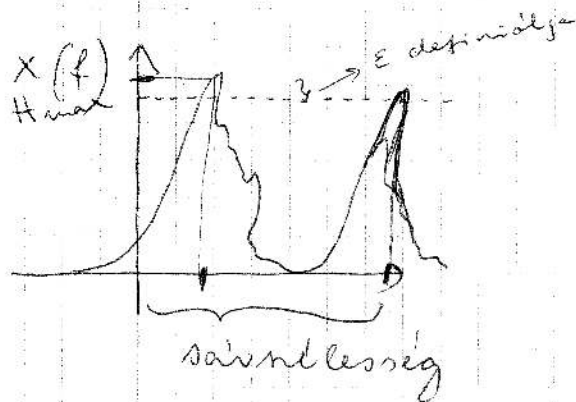
$\Rightarrow$ Ez egy interpolációs sűrűség:
interpoláció: 2 pontból megpróbálunk
kitalálni egy harmadikat

$x(t)$ akkor rekonstruálható, ha $x(n)$ belesik a $2B$ -be

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \cdot e^{-j2\pi fn}$$



$$h(t) = 2B \cdot \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$



$$|X(f)| < \epsilon \cdot X_{max}$$

$$X_1(t) = u(t) \cdot e^{-t}$$

$$X_2(t) = u(t) \cdot t \cdot e^{-t}$$

$\epsilon = 0,01$ ahol $u(t)$ egy. nagyságú fv.

Melyik frekvenciasáv nagyobb?

$$X_1(f) = \int_{-\infty}^{\infty} 0 \cdot e^{j\omega t} dt + \int_0^{\infty} e^{-t} e^{-j2\pi ft} dt = \int_0^{\infty} e^{-t-j2\pi ft} dt =$$

$$= \left[\frac{e^{-(j\omega+1)t}}{-(j\omega+1)} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{j\omega+1} \xrightarrow{\text{abs. érték}} \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}$$

$\omega \geq 0 \Rightarrow \omega = 0$ eset
teh. a legkisebb
mind 2 fv

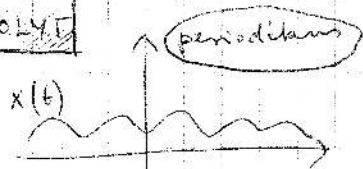
$$X_2(f) = \int_0^{\infty} t \cdot e^{-t} \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{(j\omega+1)^2} \xrightarrow{\text{abs. érték}} \frac{1}{\sqrt{1+\omega^4}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} < 0,001 \cdot 1 \cdot P_i \Rightarrow B_1 = 15,9 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^4}} < 0,01 \cdot 1 \cdot P_i \Rightarrow B_2 = 1,59 \text{ kHz}$$

Minimalizálás 2 · 1,59 kHz névleges fél mintavétel, hogy mind 2 fv. maximalizálás vizuálisan látható legyen.

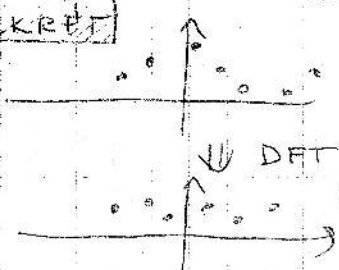
POLYTI



Fourier-sor

$$X_k(x(n))$$

DISKRÉT

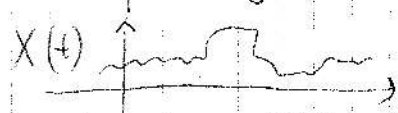


DFT

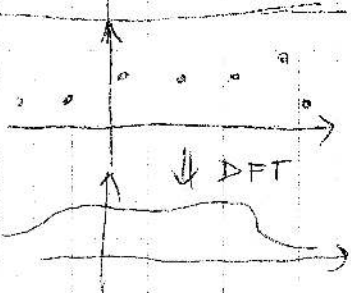
aperiodikus



Fourier-transzformáció



DFT

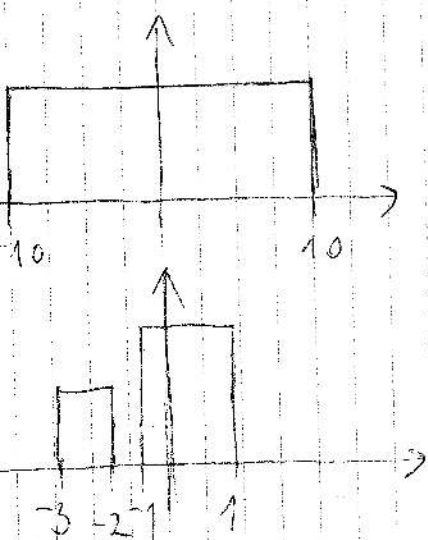


$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$X(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} x_i e^{+j\omega T} i \cdot (-i)$$

$$x \sim \sum x_i e^{-i} \rightarrow n \text{ dr gryn}$$

TLAB 2 fu: - bekennt g fu
 bekennt ϕ
 Bode } asagranst sagrol bei
 - Nyquist }



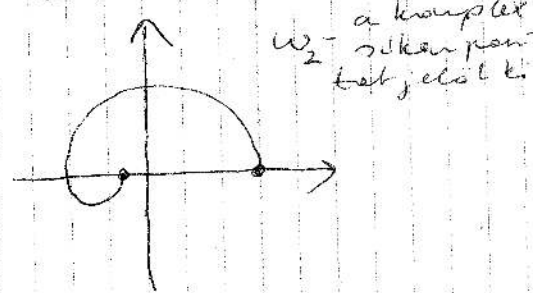
$$H(\omega) : \phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$$

Bode:

$$|H(\omega)| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\arg H(\omega) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

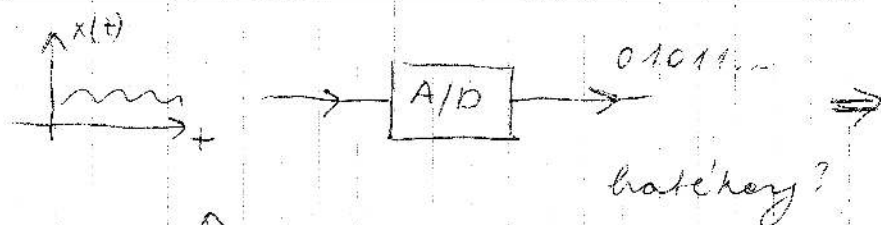
Nyquist: or 2 fothlin valdond
 mlgis fugg agymetel



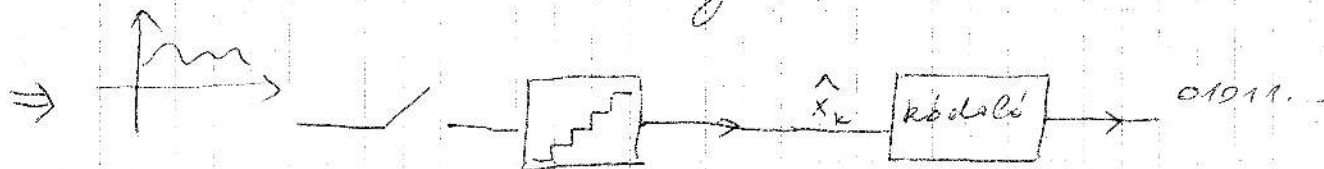
a komplex
 ω_2 - sikkepian
 feljelölés

$$f = @ (t) \sin(t)$$

$$f(2) \rightarrow \sin(t) \text{ -ad vissza}$$



bátré? →



Mintavételi tétel:

$$\text{Adott } x(t) = \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$$

$$x(t) \rightarrow x(t_0 + kT) \quad \begin{array}{l} k\text{-kor mintavételt} \\ \text{a káposóló} \end{array}$$

$$f_s = \frac{1}{T} \quad \text{mintavétel ideje } T$$

$$X_k = \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi f kT} df \quad \text{ha } t_0 = 0$$

$$f_s \geq \frac{1}{T} \geq 2B$$

$$X_m(f) = \sum_k X\left(f + \frac{k}{T}\right)$$

Tulajdonságai ($X_m(f)$):- periódikus $X_m(f)$ - az $x_m(f) = X(f)$ ha

$$-\frac{1}{2T} \leq -B \leq f \leq B \leq \frac{1}{2T}$$

$$X_m(f) = \sum_k C_k \cdot e^{-jk2\pi fT}$$

$$\text{ahol } C_k = \frac{1}{\left(\frac{1}{T}\right)} \cdot \int_{-1/2T}^{1/2T} X_m(f) \cdot e^{j2\pi f kT} df = T \cdot \int_{-1/2T}^{1/2T} X(f) \cdot e^{j2\pi f kT} df =$$

$$= T \cdot \left(\int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi f kT} df \right) = T \cdot X_k$$

$\hat{X}_k$

$$X_m(f) = T \sum_k X_k e^{-j2\pi f kT}$$

$$x(t) = \int_{-B}^B \underbrace{\left(T \sum_k X_k e^{-j2\pi f kT} \right)}_{X(f)} \cdot e^{j2\pi ft} df = \int_{-B}^B T \cdot \sum_k \int_{-B}^B e^{j2\pi f(t-kT)} df =$$

$$= T \sum_k X_k \cdot h(t - kT) \rightarrow h(t) = \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$

$$x(t) = T \sum_k x_k \cdot h(t - kT)$$

Mintavételi tétel fr-tart-ban

A mintavétel a jel egyértelműen rekonstruálható (mincs információ), ha $f_s \geq 2B$.

$$h(t) = \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$

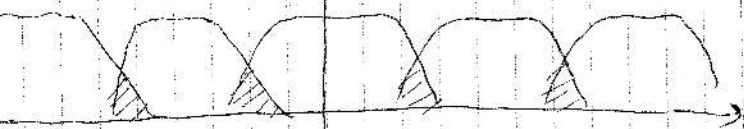
$\downarrow \mathcal{F}$

$\uparrow H(f)$



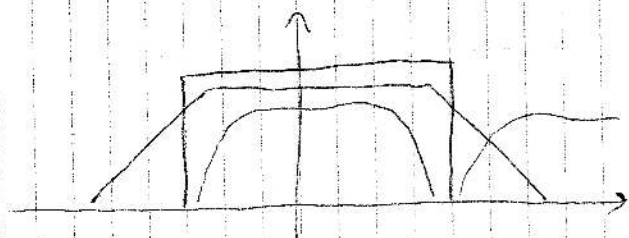
$$X_m(f) = \sum_k x \left(f + \frac{k}{T} \right)$$

$\uparrow f_s < 2B$



átlagosítás - aliasing

Mintavételi tétel a frekv-tartományban



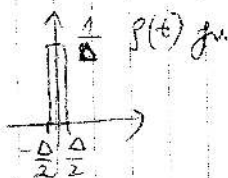
Túl mintavétel esetén nagyon erős korreláltághú jelet tudunk visszaállítani.

Mintavétel a gyakorlatban



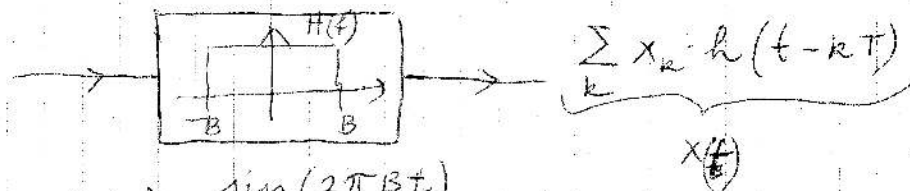
$\downarrow$
valódi
képeselő

$$x_m(t) = \sum_k x_k \cdot p(t - kT) = \sum_k x_k \cdot \delta(t - kT)$$

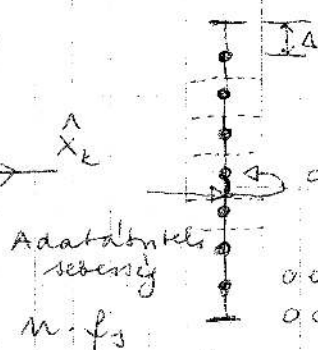
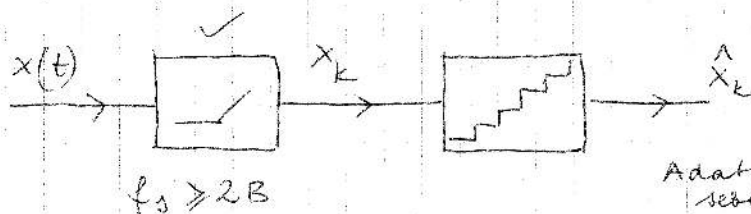


$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} p(t) = \delta(t)$$

A holding time (delta) : az onlör mélessége



$$h(t) = \frac{\sin(2\pi Bt)}{2\pi Bt}$$



$$N = \frac{2C}{\Delta} = 2^n$$

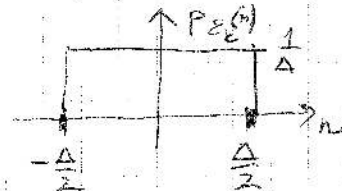
kvantálási zaj / hiba
mértéke ϵ_k

$$x_k = \hat{x}_k + \epsilon_k$$

kvantálási
szintek
közben kisebb

$$-\frac{\Delta}{2} \leq \epsilon_k \leq \frac{\Delta}{2}$$

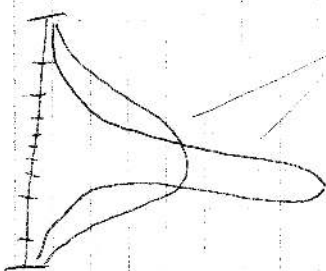
az egy val. változó
egyenletes eloszlású vv.



teljesenergia: $E(x_k^2) = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} u^2 p(u) du =$
 zajenergia: $= \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} u^2 \frac{1}{\Delta} du = \frac{\Delta^2}{12}$

$$SNR = 6 \cdot \frac{C^2}{\Delta^2} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2C}{\Delta}\right)^2 = \frac{3}{2} N^2 = \frac{3}{2} 2^{2n}$$

Különböző mintákra nem egyenletes kvantálás:



bitt eloszlástípus
→ milyen legyen a felantás, h. no-
gya minőségű legyen a vissza-
állítás



$$l(x) = ?$$



$$\Delta = \frac{2C}{N}$$

$$\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} \approx l'(x_i)$$

$$\Delta x_i \approx \frac{\Delta}{l'(x_i)}$$

SNR = $\frac{\text{jelenergia}}{\text{zajenergia}}$ Signal to Noise Ratio

Jelenergia:

$$\int_{-c}^c x^2 p(x) dx$$

↓
minisigfv.

Zajenergia:

$$\begin{aligned} \sum_i E(\varepsilon_i^2 | x \in \Delta x_i) \cdot p(x \in \Delta x_i) &= \\ = \sum_i \frac{\Delta x_i^2}{2} \cdot p(x_i) \cdot \Delta x_i &= \sum_i \frac{\Delta^2}{2} p(x_i) \approx \\ \approx \text{const.} \int_{-c}^c \frac{1}{\ell^{1/2}(x)} p(x) dx \end{aligned}$$

$$SNR = \frac{\int_{-c}^c x^2 p(x) dx}{\int_{-c}^c \frac{1}{\ell^{1/2}(x)} p(x) dx} \Rightarrow \underset{\text{optimum}}{\ell_{\text{opt}}(x)} = \max_{\ell(x)} \frac{\int_{-c}^c x^2 p(x) dx}{\int_{-c}^c \frac{1}{\ell^{1/2}(x)} p(x) dx} \rightarrow \text{nem ismert}$$

$p(x)$ időnemt változik (nem stacionárius) $\rightarrow$ nem is érdekes az ℓ_{optimal} megoldás.

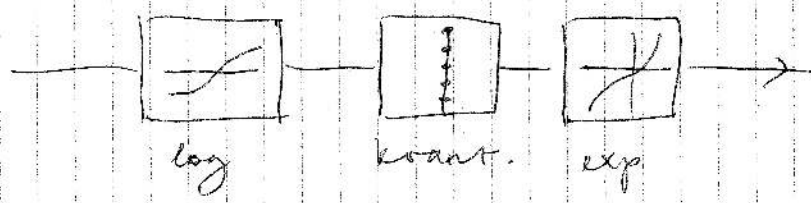
$\ell_{\text{opt}}(x)$: $SNR = \frac{\int_{-c}^c x^2 p(x) dx}{\int_{-c}^c \frac{1}{\ell^{1/2}(x)} p(x) dx} = \text{állandó, } p(x)\text{-től független}$

$\ell(x)$ -nek logaritmikusnak kell lennie

$1/\ell^{1/2}(x) \sim x^2$

$\ell'(x) \sim \frac{1}{x}$

$\ell(x) \sim \log x \rightarrow$ logaritmikus kvantálók használata



"A" law:

$$y = \frac{1 + \lg(Ax)}{1 + \lg A} \quad A = 87.6$$

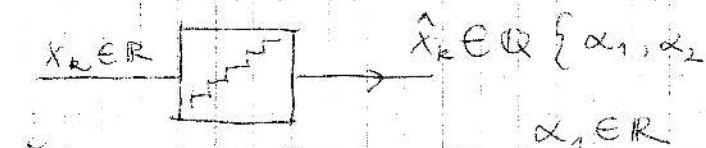
μ -law:

$$y = \frac{1 + \log(\mu x)}{1 + \log \mu} \quad \mu = 1000$$

Európai szab.

Amerikai, Ázsiai szab.

- Mintavételezés ϕ információ
- kvantálásnál információ
- logaritmikus fv $\Rightarrow$ elcsúszás/gyengítés jelátalakítás/ információ



mintavett jel

Ennek a hibamodellje:
(zajmodell)

zajforrás $\leftarrow \varepsilon_k = \varepsilon_k(x_k, Q())$



$$SNR = \frac{P_{jel}}{P_{zaj}}$$

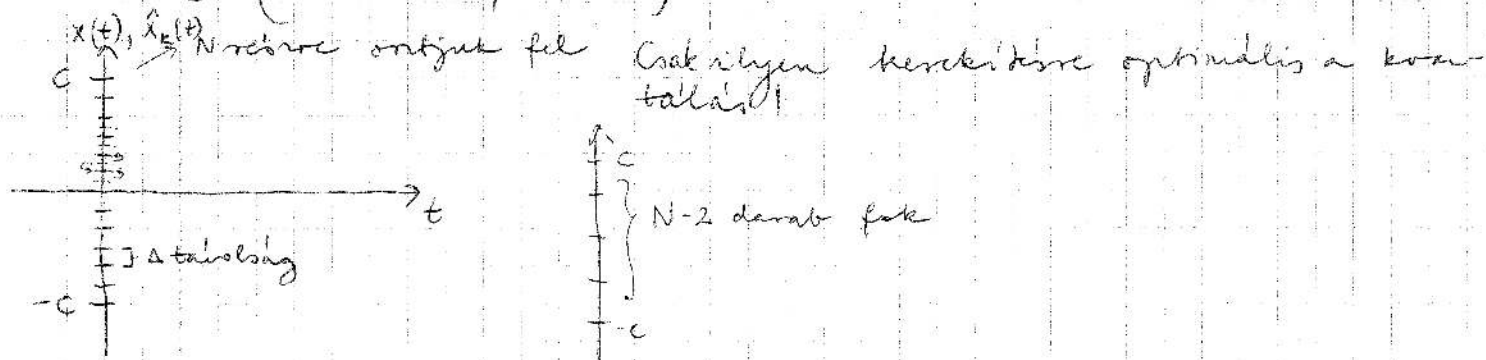
$$SNR^{dB} = 10 \cdot \log(SNR)$$

$$P_{jel} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (x(t))^2 dt$$

$$x(t) = a \cdot \sin(t)$$

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} a \cdot \sin(t) dt = \frac{a^2}{2}$$

Ha $a = C$ (ez az amplitúdó).

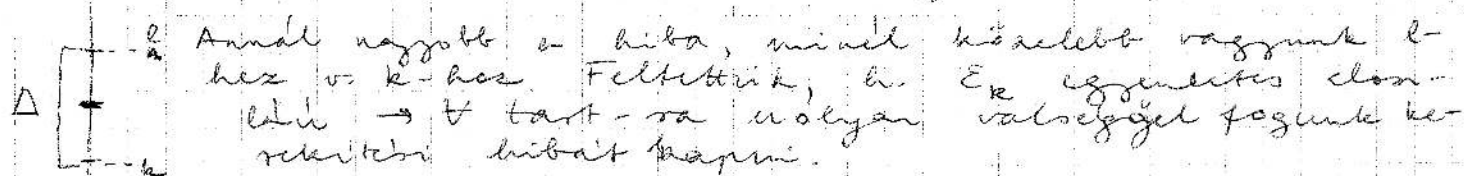


$N = 2^n$ ahol n a bitek száma ($n=3$ esetén pl. $2^3 = 8$ db mintát hozok létre)

$$\Delta = \frac{2C}{N} = \frac{2C}{2^n}$$

$$U(a, b) = \frac{(b-a)^2}{12} \rightarrow \text{egyenletes valószínűségi eloszlás}$$

Az egyenletes kvantálásnak van zaja:

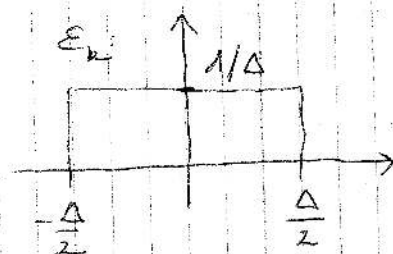


$$E(\varepsilon_k) \neq \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \varepsilon_k dt \rightarrow \text{mivel ez konstans, nem} = -\varepsilon_k$$

$$= E(\varepsilon_k)^2 = \int_{\mathbb{R}} f_{\varepsilon}(k) \varepsilon_k^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

↓
várható érték
érték felosztásának
válasza (pi)

↑
felvett
értékek
háttér (pi)
 $\sum x_i p_i$

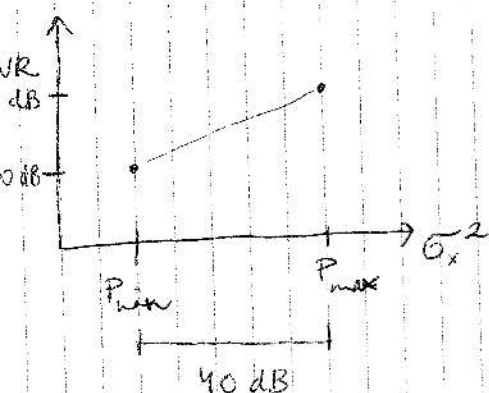


eltérési tértörvény időben, b. ε_k fehéres zaj: mindenhol
elkeltet $x(t)$ u. olyan, valószínűségi eloszlású.

$$SNR = \frac{C^2/2}{\Delta^2/12} = 6 \frac{C^2}{\Delta^2} = 6 \frac{C^2}{\left(\frac{2C}{2^n}\right)^2} = \frac{3}{2} (2^n)^2 = \frac{3}{2} N^2 = \frac{3}{2} \cdot 2^{2n}$$

$$SNR^{dB} = n \cdot \log \dots$$

el dinamika tartományára:



$$P_{\max} - P_{\min} = 40 \text{ dB} \rightarrow \text{dB skálán}$$

$$P_{\max}/P_{\min} = 10^4 \rightarrow \text{lineáris skálán}$$

$$P_{\min} \Rightarrow 40 \text{ dB} = SNR$$

$$\Rightarrow P_{\max} = 40 \text{ dB} + P_{\min} = 80 \text{ dB}$$

Logaritmikus kvantálás:

Pl. hangos zenei tervekett kvantálás elkeltet zenei
olyan, mintha kisebb lenne $N/8$ (vagy helyett pl. 3).

$$n = \frac{80}{6} = 14 \rightarrow 14 \text{ bites kvantálásra van szükség}$$

$$SNR = P_{\varepsilon} = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{4C^2}{12 \cdot 2^{2n}} = \frac{1}{3} \frac{C^2}{2^{2n}}$$

$$SNR^{dB} = 20 \cdot \log_{10}(2^n) \approx 6.02 \cdot n + 1$$

Amikor $n=10$
teljesítmény értéke 20 $\rightarrow$ negyven kétszeres log. el

⑦ Adolt egg 8 lites *minimetricus* noantals.

$$n = 8$$

$$SNR = ?$$

(beljensit meyleten tükürüldü)

$$10 \text{ dB} \text{ tilværsnit } p_{\text{eff}} \text{ max} = 10 \cdot \lg \frac{P_{\text{tilværsnit}}}{P} = 10 \text{ dB}$$

→ To not any a mezzile
feljebb/lejjebb, mint a min/max tartomány $P_{\text{tel}} = \int x^2(t)$

$$P_{\text{thick}} = 10 \cdot P_{\text{tensatz}} \stackrel{!}{=} 10 \cdot \frac{c^2}{2}$$

be sure to get

$$E_k = \begin{cases} \text{beune waggunk a tervrett } (-C, C) & \text{fast - bar} \\ (-C, C) \text{ - n hivil waggunk} & \end{cases}$$

$$\sigma_e^2 = P_n \sigma_{\varepsilon_n}^2 + (1 - P_n) \sigma_{\varepsilon_k}^2$$

Arvutatakse raj
telgesid ning ant kor (C, C) on
võrdne

~ van hant' elken

P - amiek a valsig, h. abban a tart-ba vagynak

$$\sigma_{En}^2 = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{C^2}{3 \cdot 2^{2n}} = \frac{C^2}{3 \cdot 2^{16}}$$

$$n=8$$

$$SNR = \frac{P_{\text{total}}}{P_2}$$

$$SNR = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$$

$$\sigma_{\varepsilon_k}^2 = 2 \cdot \int_0^A \frac{1}{2(A-c)} (e-c)^2 de = c^2, 4, 233$$

1. Wald Wald

in fezzalari salt.

$$A = \sqrt{10} \text{ d C}$$

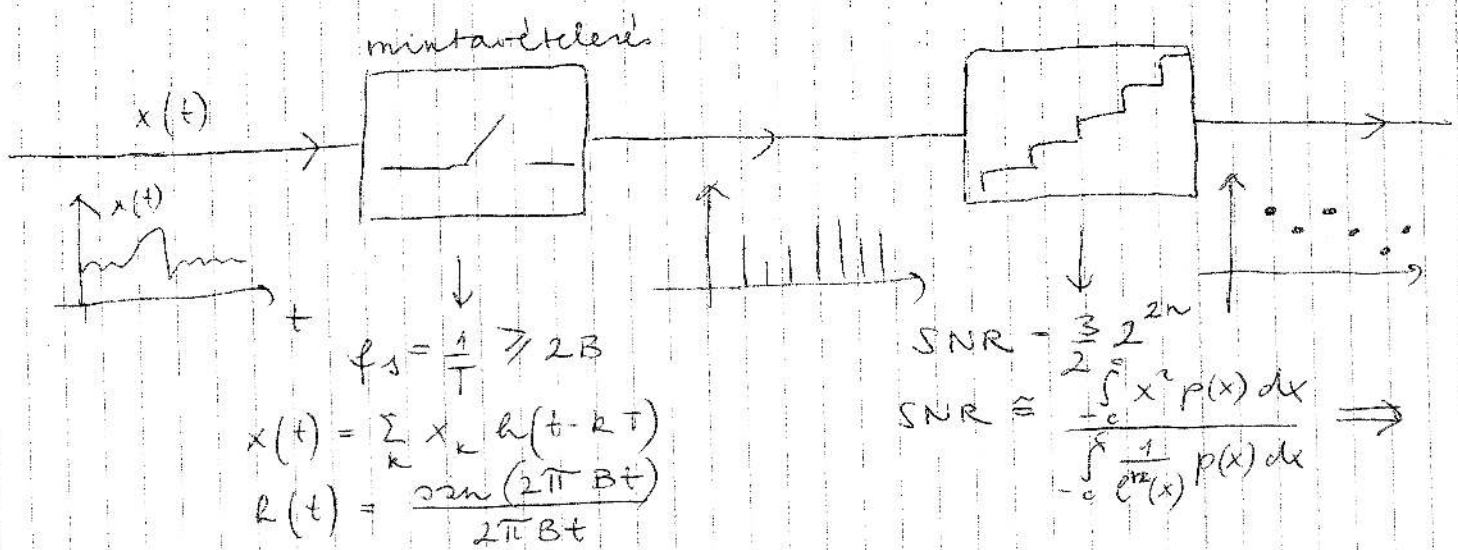
$$P_n = \frac{C}{A} \left(= \frac{2C}{2A} \right)$$

$$\sigma_{\hat{e}_n}^2 = \frac{1}{3} \frac{C^2}{L^n} \ll \sigma_{\hat{e}_k}^2$$

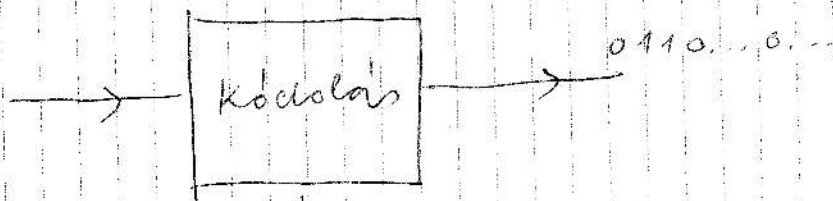
$$\Rightarrow \sigma_E^2 = (1 + P_n) \sigma_{E2}^2 = \left(1 - \frac{C}{A}\right) \cdot 4_{1233} \cdot C^2 =$$

$$\text{SNR} = \frac{10 \cdot \frac{C^2}{2}}{C^2_{\text{E}}} = \frac{10 \cdot 170}{9 \cdot 170 - 1} = 1.15$$

22 0,6 dB

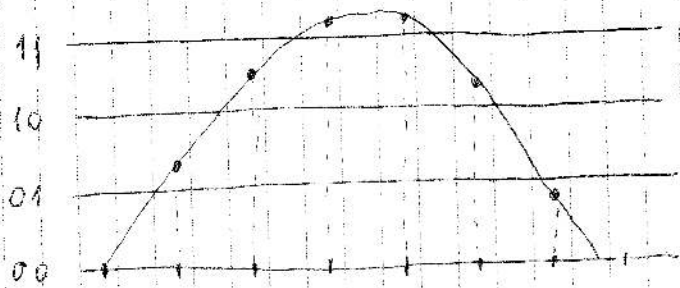


$$\Rightarrow l(x) \sim \log(x)$$



Delta modulator

2 bites kvantálás 4 kvantálási szint



00 01 10 11 11 10 01 → 14 bit
00 1 1 1 0 0 0 → 8 bit

Dataspeed = $n f_s$ - adatátviteli sebesség

Másik lehetőség: ha a jel nő → 1, csökken → 0 } különbséget figyeljük

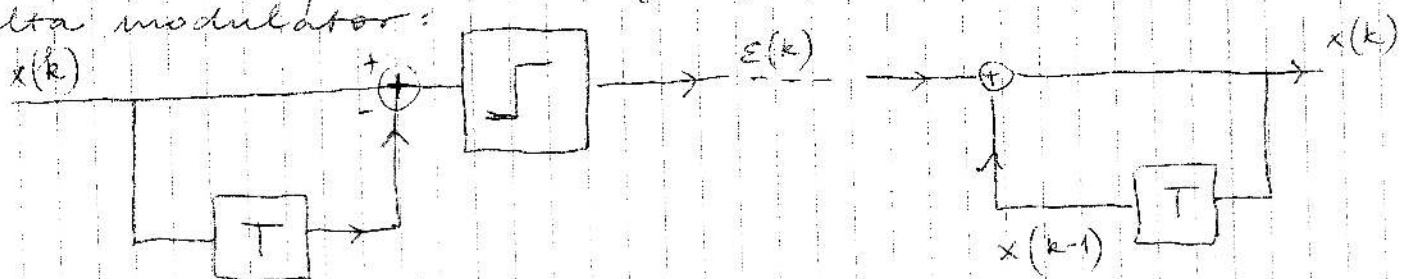
Ekkor a dataspeed = $f_s \ll n f_s$

itt 2 gond: a jel túl gyorsan változik: slow distortion, a jel stagnál: granular noise
→ nem tudjuk figyelni
segít ezen a mintavételezés: Dataspeed = $f_s' > \frac{1}{T}$
 $f_s' < f_s \cdot n$

$$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow j\omega X(t)$$

a jel adás nélküli deriváltja
megadja a változás sebességét

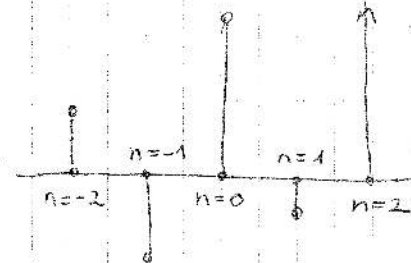
Delta modulator:



Digitalis jel és rendszerek leírása

$x(n)$

1,2,3 -1,4 2,5 -0,3 4,2,6 $\Rightarrow$



Elemi jelek:

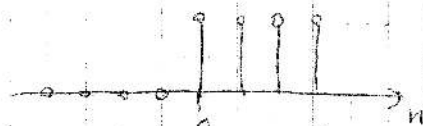
Dirac - delta

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



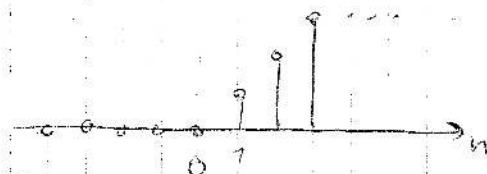
Egységugrás

$$u(n) = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & \text{máskül} \end{cases}$$

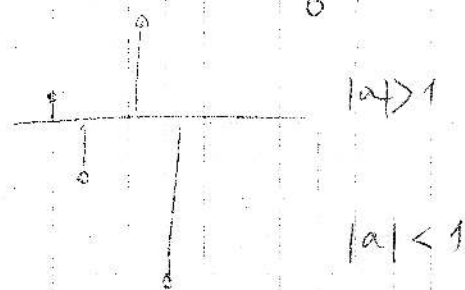
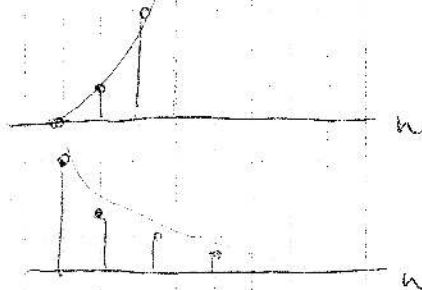


Egység sebességugrás

$$r(n) = \begin{cases} n & \text{ha } n \geq 0 \\ 0 & \text{máskül} \end{cases}$$



$$x(n) = u(n) \cdot a^n$$



$$x(n) = A \cdot \cos(2\pi f n + \theta) \rightarrow \text{nem feltétlen periodikus}$$

Periodicitás feltétele: $\exists N$ melyre $A \cdot \cos(2\pi f(n+N) + \theta) = A \cdot \cos(2\pi f n + \theta)$

$$2\pi f N = 2\pi$$

$$f = \frac{1}{N} = \text{racionális legyen!}$$

$$f: A \cos(2\pi f n + \theta)$$

$$f' = f + l: A \cos(2\pi f' n + \theta) = A \cos(2\pi (f+l) n + \theta) =$$

alias $= A \cos(2\pi f n + \theta + 2\pi l n) = A \cos(2\pi f n + \theta)$

$$0 \leq f \leq 1$$

$$5,2 \rightarrow f = 0,2$$

Véges tartójú jel: $x(n) = 0$ ha $n < B$ v. $n > A$

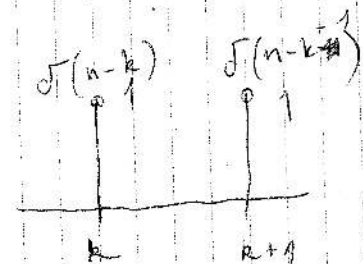
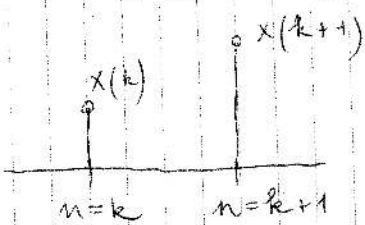


Periodikus jel $\exists N: x(n+lN) = x(n) \quad \forall l \in \mathbb{N}$

Véges energiájú jel: $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2(n) < \infty$

Véges abl. energiah: $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N x^2(n) < +\infty$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=0}^N 1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N+1}{2N+1} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1+1/N}{2+1/N} = \frac{1}{2}$$



$$x(n) = \underbrace{x(k)}_{\text{fs.}} \underbrace{\delta(n-k)}_{\text{konst. fs.}} + \underbrace{x(k+1)}_{\text{konst. fs.}} \underbrace{\delta(n-k+1)}_{\text{fs.}}$$

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \delta(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n-k) \delta(k) \Rightarrow x(n) = x * \delta$$

Elemi műveletek a digitális jeleken

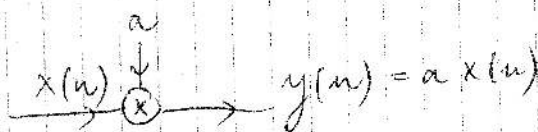
Eltolás (shift, késleltetés):

$$y(n) = x(n-1) = S x(n)$$



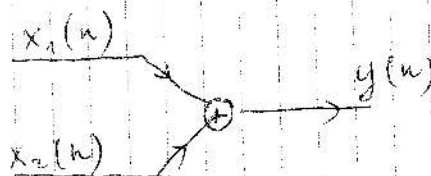
Skálázás konstanssal:

$$y(n) = a \cdot x(n)$$

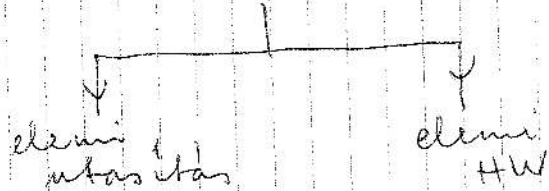


Összeadás

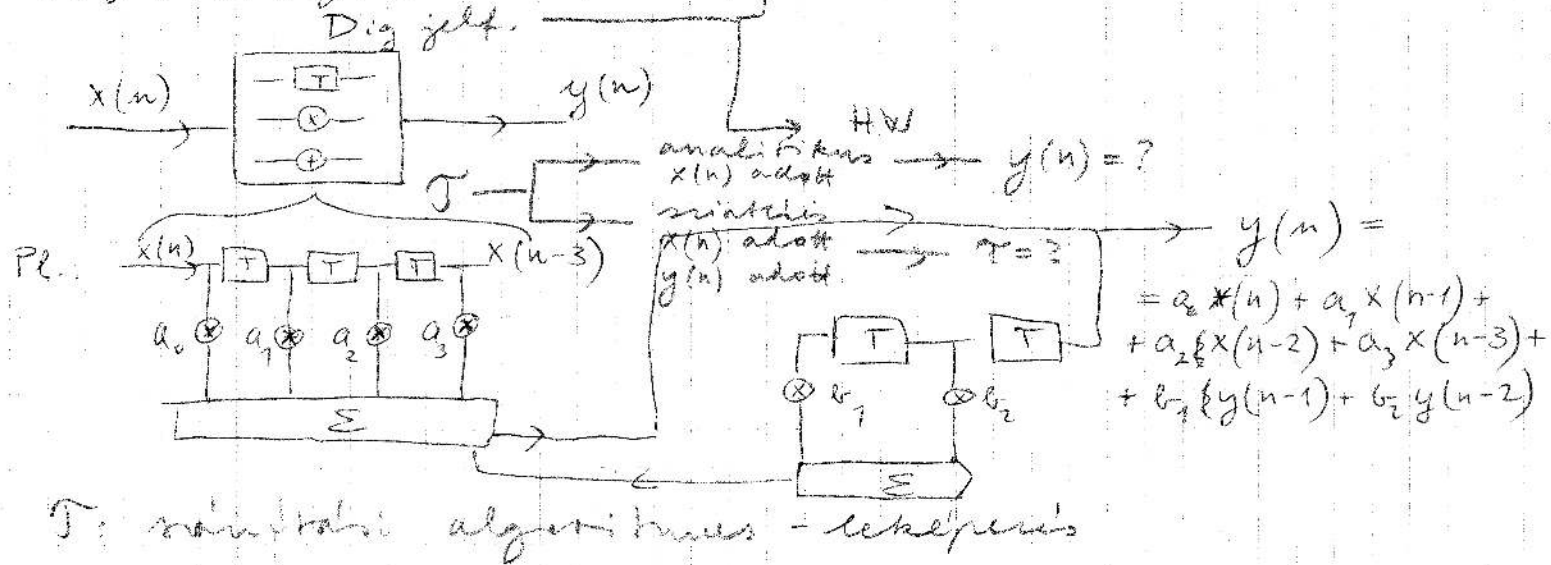
$$y(n) = x_1(n) + x_2(n)$$



Elemi operátorok



Digitalis jelleddolgora's MATLAB $\xrightarrow{\text{comp}}$ C $\xrightarrow{\text{comp}}$ Assembly



T : samplási algoritmus - lekeperés

Digitalis rdn-ek (trafok) leírása

$$y(n) = T \cdot x(n)$$

1) Lineáris rdn.: $T \{ a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n) \} = a_1 T x_1(n) + a_2 T x_2(n) = a_1 y_1(n) + a_2 y_2(n)$

2) Időinvariáns rdn. (LTI): $T S^k x(n) = S^k T x(n)$
 $T x(n-k) = y(n-k)$

$$y(n) = T x(n) \rightarrow y(n) = a \cdot x(n) + b \cdot x(n-1)$$

• ez lineáris lekeperés

$$T x(n-k) = S^k \{ a x(n) + b x(n-1) \}$$

$$a x(n-k) + b x(n-1-k) = a x(n-k) + b x(n-1-k)$$

• időinvariáns is

$$y(n) = T x(n) \rightarrow y(n) = n \cdot x(n)$$

$$n x(n-k) \neq (n-k) x(n-k)$$

• lineáris, nem időinvariáns $\rightarrow$ nem LTI

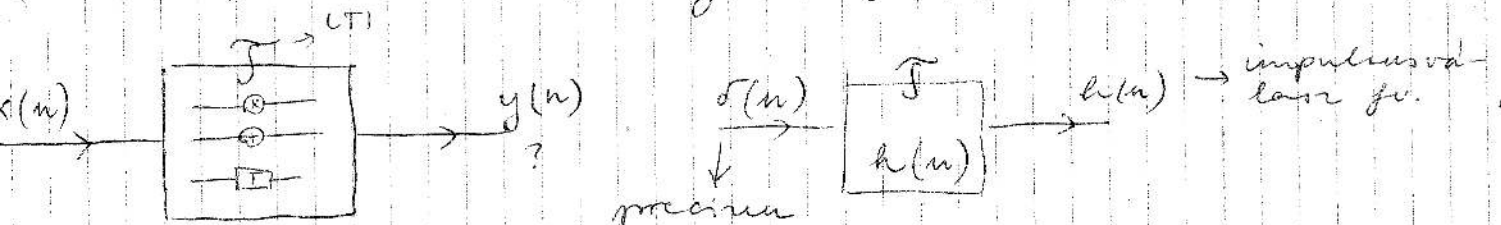
$$y(n) = T x(n) \rightarrow y(n) = x(-n)$$

• lineáris, nem LTI

$$x(n-k) \neq x(-n-k)$$

Kauzális rendszer: $y(n) = F(x(n), x(n-1), \dots, x(0))$
 $y(n) \neq F(x(n+2), x(n+1), \dots)$

BIBO stabil rendszer: $\exists M_x : |x(n)| < M_x$
 (Bounded Input Bounded Output) $\exists M_y : |y(n)| < M_y$



$h(n)$: egyértelműen megfigyelhető jel
 körháló

$$\begin{aligned} y(n) &= Fx(n) = F \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \delta(n-k) = F \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) S^k \delta(n) \stackrel{\text{lineáris}}{=} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) F S^k \delta(n) \stackrel{\text{LTI}}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) S^k F \delta(n) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) S^k h(n) \stackrel{\text{konst.} \rightarrow \text{mest. multipl. ki } F \text{ elöl}}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) h(n-k) = y(n) \end{aligned}$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n-k) h(k)$$

Tétel: bármely jelre a lineáris stabilitás:

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

6. Gyakorlat

$B = ?$
 $x(t) \xrightarrow{F} X(f)$ $F \in \text{feltétel}$ $\int x^2(t) dt < +\infty$

$$0 \leq f_a \leq f_b$$

$$f_c \leq f_b \leq \infty$$

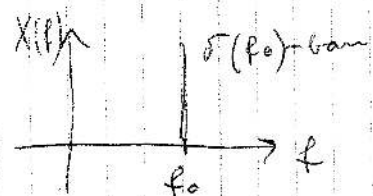
$$f_c$$

$$|X(f)| < X_{\max}(f) \cdot \varepsilon$$

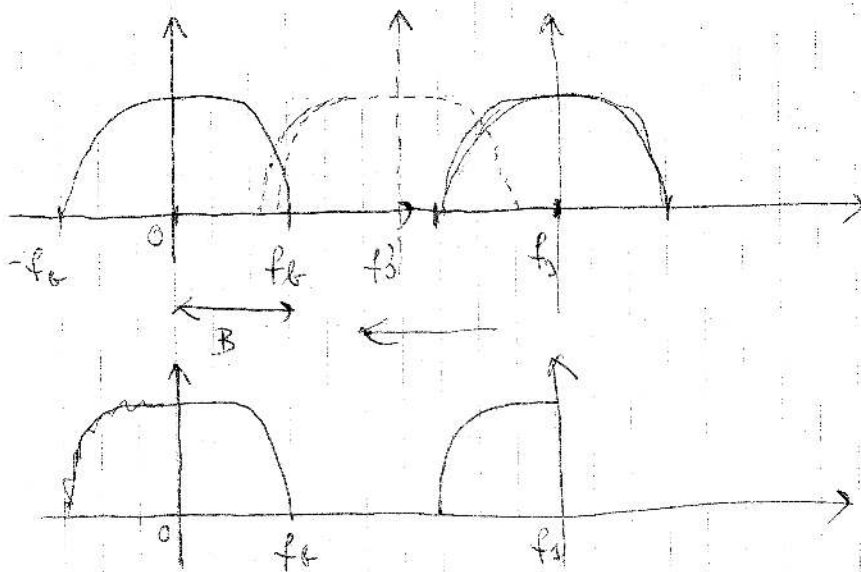


$$B = f_b - f_a$$

Jel F -t-je: $x(t) = C \cdot \sin(2\pi f_0 t)$

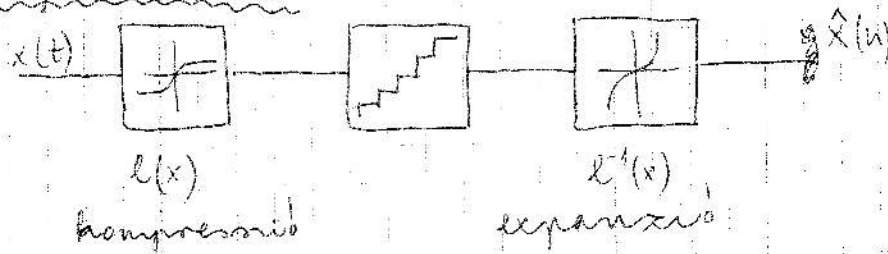


Atlátszóda - aliasing



A valódi frekvenciákat csak $f_s/2$ -ig tudom megmondani.

Kompresszió:



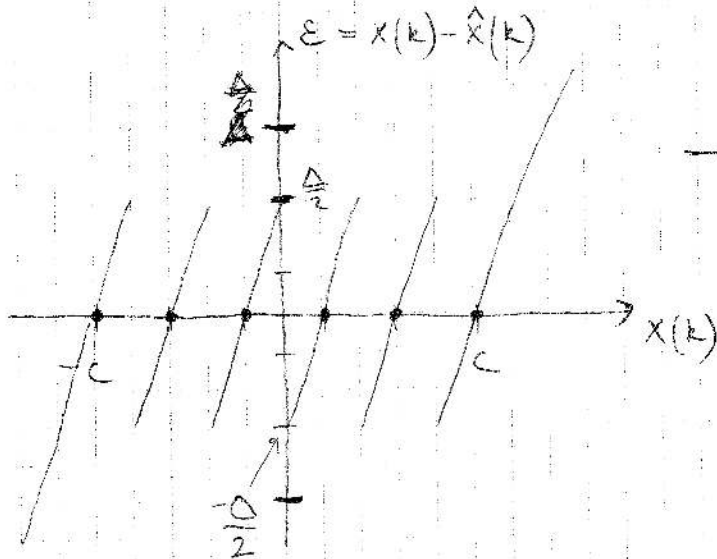
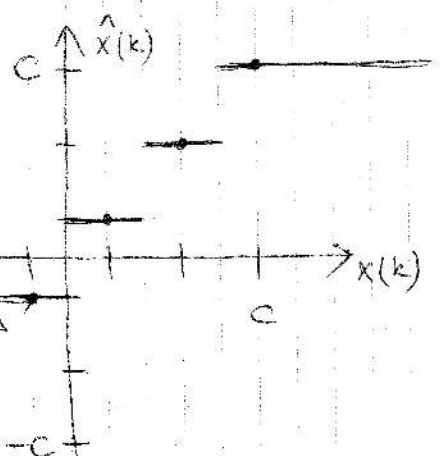
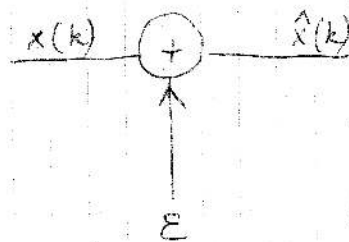
Pl energia, ha $x = c \cdot \sin(t)$

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k \sin(2\pi t f_k)$$

$$x(t) = c \cdot \sin(2\pi t f_0)$$

$$P_{\text{sin}} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \frac{c^2}{2}$$

Kvantálási zaj:

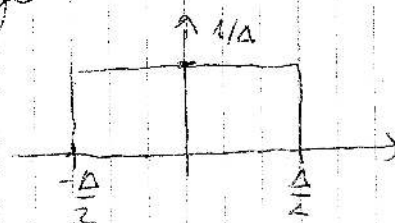


egyenletes kvantálás karakterisztikája

$E(\varepsilon^2) \rightarrow$ véletlen jel teljesítménye

$$E\varepsilon^2 = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} \varepsilon^2 \cdot f_{\varepsilon}(\varepsilon) d\varepsilon =$$

$$= \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} x^2 \cdot f_{\varepsilon}(x) dx = \frac{\Delta^2}{12}$$



$$P_{\varepsilon}^2 = \sigma^2(\varepsilon) = E\varepsilon^2 - (E\varepsilon)^2 = E\varepsilon^2 \rightarrow \text{mert az átlag nulla}$$

$$x(t) = C \cdot \sin(2\pi t)$$

$$P_{x, \text{cos}} = \frac{C^2}{2}$$

$$SNR^{dB} = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{\text{jel}}}{P_{\text{zaj}}} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{\frac{C^2}{2}}{\frac{\Delta^2}{12}} \right) \stackrel{!}{=} 10 \cdot \log \left(\frac{\left(\frac{C^2}{2} \right)}{\left(\frac{1 \cdot C^2}{2^n} \right) / 12} \right) =$$

Ha a jel teljesítménye kétszeres a zajéval $\Rightarrow \Delta = \frac{2C}{2^n}$

$$= 10 \cdot \log \frac{3}{2} 2^{2n} = 10 \log \frac{3}{2} + 10 \cdot 2 \cdot n \cdot \log 2 =$$

$$= 6,02 \cdot n + 1,76$$

A (teljesen kiveresített jelről) jel-zaj arányt összehasonlítva hozzuk a képletet $\rightarrow$ egyenletet kvantáló esetek!

1. feladat!

$$x(t) = 5 \cdot \sin(2\pi \cdot 50t) + \sin(2\pi \cdot 50t + \pi) = \dots =$$

$$= 4 \cdot \sin(2\pi \cdot 50t)$$

Legkevesebb hány bites egyenletes kvantálással hozzadéjk a jelet, hogy az $SNR < 40$ dB legyen?

$$SNR_a = 40 \text{ dB} \quad a(t) = C_1 \cdot \sin(2\pi t)$$

$$SNR_b = 60 \text{ dB} \quad b(t) = C_2 \cdot \sin(2\pi t)$$

$$10 \log \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$60 - 40 = 20$$

Nem mindegy, h. az SNR -ban az amplitúdókat logaritmusban v. a teljesítmények logaritmusát fog szerepelni.

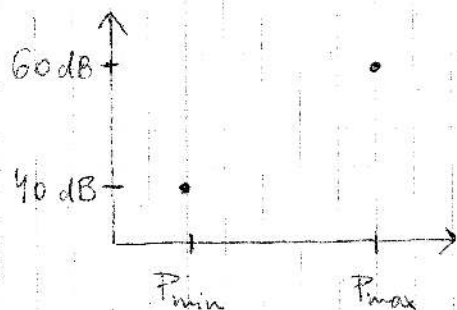
$$40 = 6n + 1,8$$

$$n \geq 7$$

$$\Delta = \frac{2c}{2^n}$$

Mennyivel kell növelni a bitk számát milyen feltételek mellett, ha a jelnek 10-esesre kvantálva lennie 10-es nagyság amplitúdójú jel

$$x_2(t) = 40 \cdot \sin(2\pi t)$$



Amplitúdóban 10-esesre kvantálva teljesítményben +20 dB-es

$$60 = 6n + 1,8$$

$$n \geq 10$$

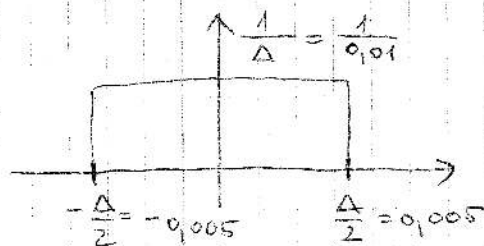
$$50 = 6n + 1,8$$

$$n = \left\lceil \frac{50 - 1,8}{6} \right\rceil \Rightarrow 9$$

2. feladat

Rajzolja le a kvantálás legkisebb lépcső körüli (0,01 V) esetben a kvantálási sűrűség fr. -ét

$$\Delta = 0,01 \text{ V}$$



$$\int_{-0,005}^{0,005} \frac{1}{0,01} dx = 1$$

3. feladat

$$x(t) = 5 \cdot \cos(2\pi t \cdot 100)$$

$$f_s \geq 200 \text{ Hz}$$

$$60 = 6n + 1,8$$

$$n \geq 10$$

$$f_a = 30 \text{ Hz}$$

$$f_b = 20 \text{ kHz}$$

$\Rightarrow f_s = 44 \text{ kHz}$ a mintavételi frekv. telefonnál

Valójában: $f_s = 8 \text{ kHz}$ - annak a jelnek

telefon minősége:

(64 kbit)



alapprox. a világban