

Megfigyelt
fizikai
folyamat

A/D átalakító
→ + computer (CPU/DSP)
(real time-ban)

→ lényeges
tulajd.

Digital Signal Processing

Pl.: szennyezés jel
orvosi biológia jel
multimédia

feldolgozás előzetes
epileptikus előjel
adattömörítés

DSP algoritmus

Digitalis jelf.

- összetett algoritmusok
- real time adott
- informatikai eszköz-ek manipulálására

HW - hardware aspektus (nem időálló)

TI DSP családok

SW

near-optimal compiler (nem időálló)

algoritmus

adott feladatot. megoldására megfelelő

- reprezentációs képszerűség
- komplexitás

→ jelek létrehozása és manipulálása

Info: beszéd, zene, kép, adat (→ nagy redundancia)

↓ átalakítás

$x(t)$ - fiz. időbeli fu-e (folyt. & fu.)

↓ A/D

digitális jel

↓ forráskódolás

DSP HW (jelfeldolgozó algoritmusok)

optimális reprezentáció

jelek manipulálása

Digjel: jelek fizikai manipulálása

Multimédia használat:

- nagy sebességű adatfolyam
- tömörítés
- hibajavító kódolás → megbízhatósági teori

Jelanalízis

Adott analóg jel $\rightarrow$ FFT
(pl. spektrum, időtartomány, energia...)

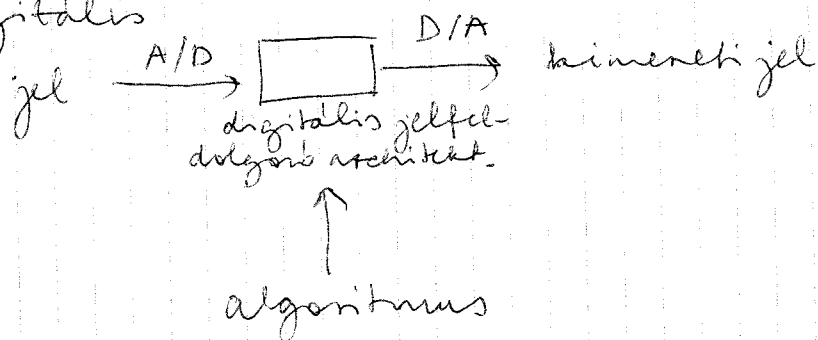
Jelfeldolgozás

Fizikai folyamat
egyszerű repl.-ből átírás a masinkba } SW
jelfeldolgozó algoritmus
jelfeldolgozó eszk. - HW

Analóg jelfeldolgozás

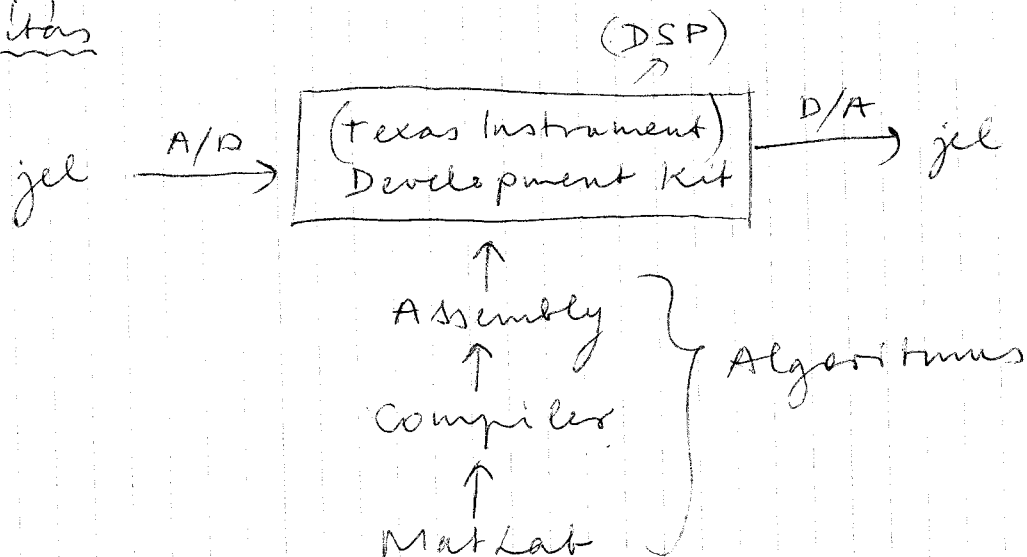
Köztött megvalósítás,
frekvencia- és időtartomány-
Gyors!

Digitális

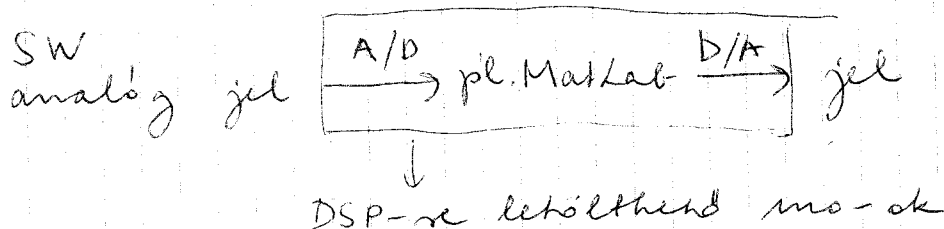


Csak akkor használatos, ha on-line. (?)

Megvalósítás



"Soft" megvalósítás



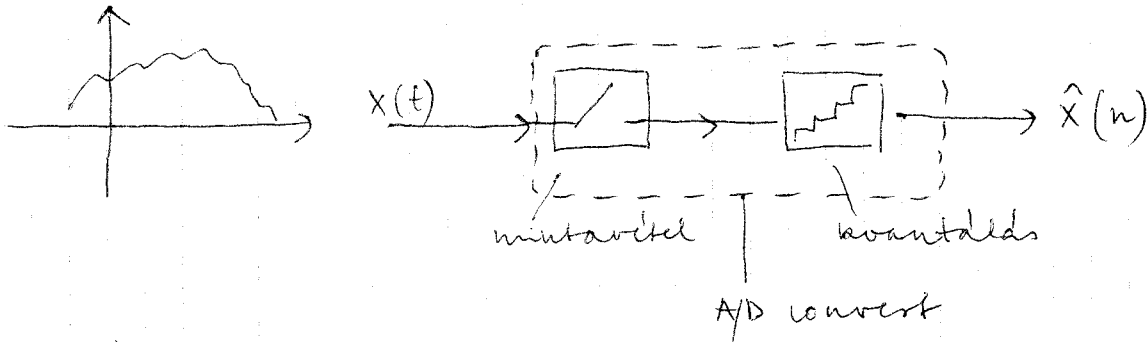
Analog jel leírása

jel: $x(t)$ - nem érdekli a fizikai hálózata

Osztályozásuk:

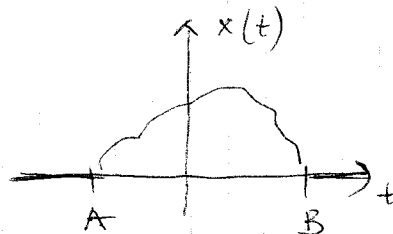
	ET	TK	Név	jelölés
	folyt	folyt	analog	$x(t)$
	diszkr.	folyt	mintavett	$x(n)$
ritka ← *	folyt	diszkr.	kvantált	$\hat{x}(t)$
	diszkr.	diszkr.	digitális	$\hat{x}(n)$

$t \in \mathbb{R}$
 $n \in \mathbb{N}$



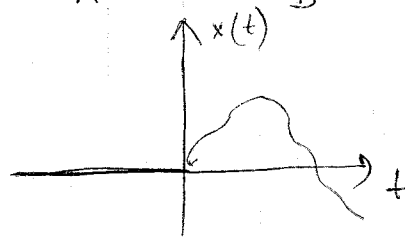
1) Véges tartójú jel

$$x(t) \equiv 0 \quad t \notin [a, b]$$



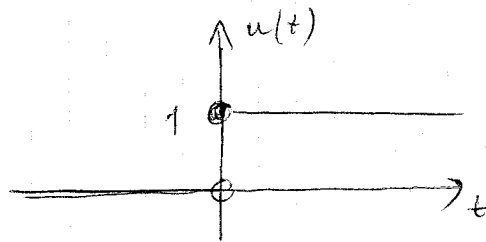
2) Belső fr.

$$x(t) \equiv 0 \quad t < 0$$

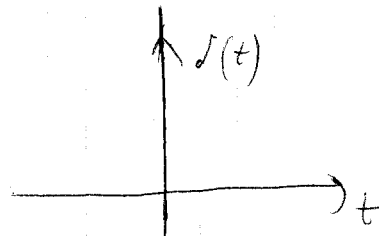


3) Egys. ugrás fr.

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$



4) Dirac-delta $\delta(t)$



Véges energiájú jel

$$\text{azaz } \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty$$

Véges átlagos energiájú jel

$$\text{azaz } \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt < \infty$$

Periodikus jelek

$$\exists T: x(t) = x(t + nT)$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$f \in \mathbb{R}$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot e^{-jn2\pi ft}$$

$$f := \frac{1}{T} \in \mathbb{R} \quad \text{frekv.}$$

$$c_n := \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cdot e^{jn2\pi ft} dt$$

Nem egyenlő a konvergencia:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} \left(x(t) - \sum_{n=-N/2}^{N/2} c_n \cdot e^{-jn2\pi ft} \right)^2 dt \neq 0$$

$$\text{Ha } \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df$$

$$X(f) := \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

$\uparrow$
 $x(t)$ Fourier-transzformáltja

Laplace-transzformált

$x(t)$ belépő fv, $s \in \mathbb{C}$

$$X(s) := \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt$$

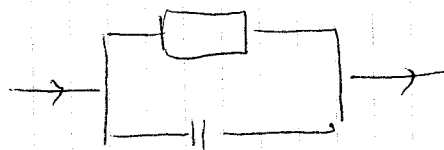
$$x(t) := \frac{1}{2\pi j} \oint X(s) e^{st} ds$$

Hálózat leírása időtartományban:

$$i = \frac{U}{R} + C \frac{du}{dt}$$

$$I = \frac{U}{R} + sC$$

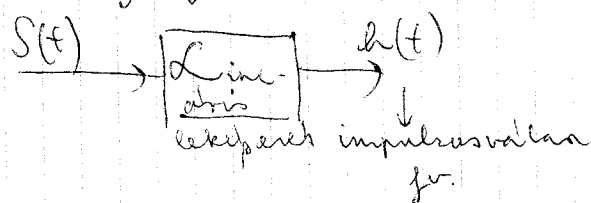
$\swarrow$ $\mathcal{L}\{-t\}$



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{R}{1 + sCR}$$

Laplace: $e^{-\alpha t} \rightarrow \frac{1}{s + \alpha}$

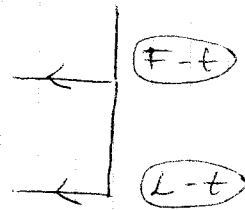
Analog jelek lineáris invariáns transzformációja (művelet)



$$\Rightarrow \begin{matrix} x(t) \\ \downarrow \\ \boxed{\mathcal{L}} \end{matrix} \xrightarrow{h(t)} y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) x(\tau) d\tau$$

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f)$$

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$



Leírás
idő
frekv. tart.
(Fourier)
Laplace

Működés
(megf.)
✓
✓

Pros, cons

nehézkedő leírás
nehézen interpretálható
könnyű látni a rdor.
működésének jellegét
könnyű interpretálni
nem működés (fizikai
tartalom)

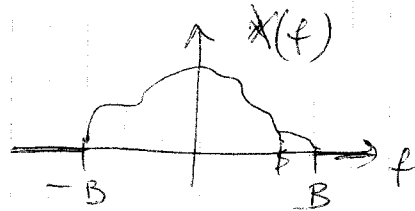
Apparátus

diff. eq.
konvolúció $\int_{-\infty}^{\infty}$
algebrai
algebrai

Véges számúesszerű jel

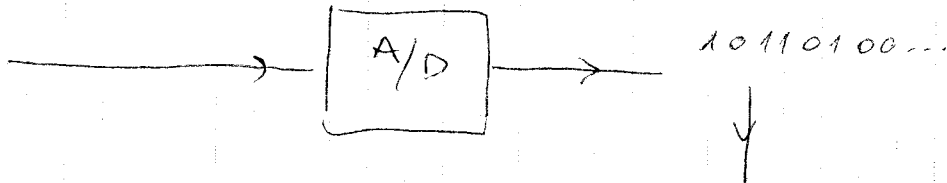
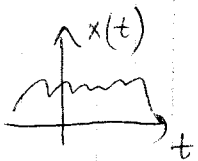
$$x(t) \xrightarrow{f-t} X(f)$$

véges tartózkodás, itt:



$$x(t) = \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi ft} dt$$

A/D átalakítás

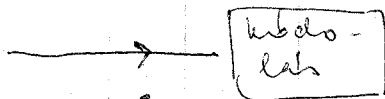
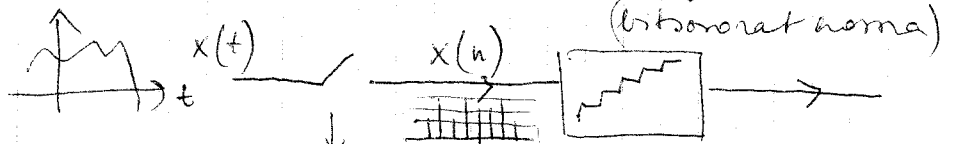


"legjobb reprezentáció"

jó minőségű rekonstrukció

takarékos leírás

A/D átalakítás $\equiv$

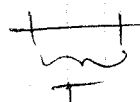


mintavétel
010010...
minimális információ
X van információ
kvantálási szintek

Törsték - e információmentes?

Mintavételési tétel

$$x(t) \text{ --- } x(n)$$

 - mintavétel ideje (eddig rakt a kápisóló)

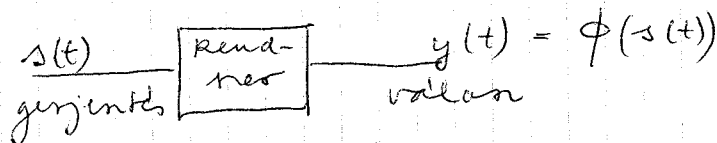
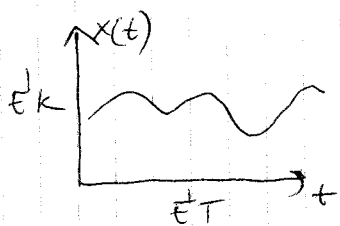
$$f_s = \frac{1}{T}$$

Ⓣ Ha $x(t)$ sávkorlátozott $x(t) = \int_{-B}^B X(f) e^{j2\pi ft} dt$

akkor a mintákból tökéletesen rekonstruálható $x(t)$ (újra információ)

$$x(t) = T \sum_n x(n) \frac{\sin 2\pi B(t-nT)}{2\pi B(t-nT)}$$

Folytonos jelek és rendszerek analízise



→ Lineáris:

$$\begin{aligned} \phi(b_1 \cdot s_1(t) + b_2 \cdot s_2(t)) &= \\ &= b_1 \cdot \phi(s_1(t)) + b_2 \cdot \phi(s_2(t)) \end{aligned}$$

→ Időinvariáns rendszerek:

$$\phi(s_1(t)) = \phi(s_1(t+\tau))$$

→ Kauzalitás: a ^{jövőbeli} jelenetéstől nem függ a rendszer.

$$y(\tau) \quad s(t) \quad t < \tau$$

→ Memóriamentes: $y(\tau) = \phi(s(\tau))$ csak a jelenetől függ

→ Stabil → Lekepo asimptotikus: lekapcsolva a rendszert tart a 0-hoz a kimenet (?)
BIBO - korlátos bemenet korlátos kimenet

Jelek osztályai:

- Véges ^{átlagos} energiájú jelek: $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt < \infty$

- Véges tartójú jelek $x(t) = 0$ ha $t_a < t < t_b$ v. $t > t_b$

- Belépő jelek $x(t)=0 \quad t < 0$ -ra

- Periodikus jelek $x(t) = x(t+kT) \quad k = -\infty, \dots, \infty$

Rendszerek jellemzése:

• hálózati egyenletek (Kirchoff-törvények felírása)

↳ diff. egyenletrendszer.

↳ rendszeregyenlet

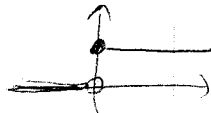
• vizsgálójelekkel

$$L(t) \leftarrow s(t) = \delta(t)$$

→ impulzusválasz
→ ugrásválasz

$$u(t) \leftarrow s(t) = E(t)$$

→ ugrásfő



jelek jellemzése:

amplitudó, frekv., fázis ... sávtelesség

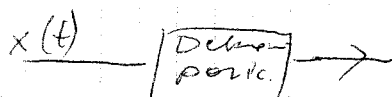
↳ műnaki paraméterek

Időtartományban ezekhez nem férünk hozzá.

⇒ DEKOMPOZÍCIÓ: elemi jelek hányadosidjából
rakjuk össze

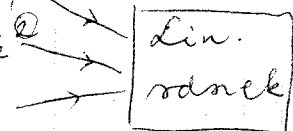
$$\text{pl.: } s_{(\text{elemi})k}(t) = A_k \cdot \sin(2\pi f_k t)$$

$$x(t) = \sum_k s_k(t)$$

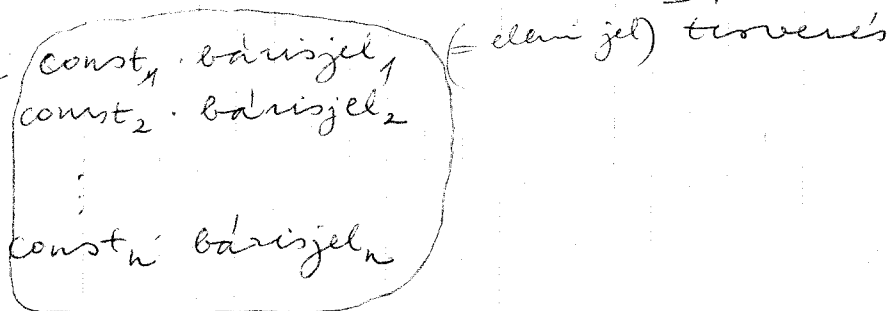


Olyan reprezentáció, amely műnaki-
lag releváns infót ad

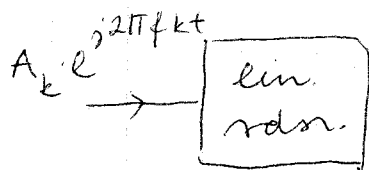
bázisjel₁
bázisjel₂



bázisjel_n

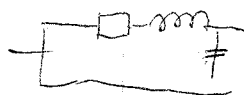


A megtekerített rdn. működését a
konstansek írják majd le.



$$B_k \cdot e^{j2\pi f_k t + \varphi_k} = H_k \cdot A_k \cdot e^{j2\pi f_k t}$$

const. bázisjel



$$x(t) \rightarrow \boxed{\text{lin. inva- rians rdn}} \rightarrow y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) x(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) d\tau$$

$s_k(t) \cdot x(t)$ folyt. jel (bázisjelle)

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s_k(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot A_k \cdot e^{j2\pi f_0 k(t-\tau)} d\tau =$$

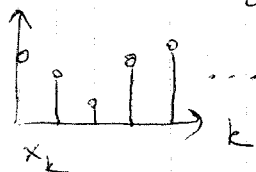
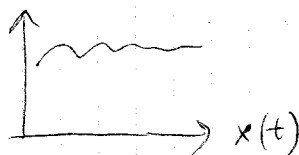
$$= \underbrace{A_k \cdot e^{j2\pi f_0 k t}}_{\text{bázisjel}} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j2\pi f_0 k \tau} d\tau}_{\text{const: } H(f_0 \cdot k)}$$

↓
átviteli karakt. ar $(f_0 \cdot k)$ helyen

Előállítható $x(t)$ az $(s_k(t) = e^{j2\pi f_0 k t})$ bázisjeleken? Igen.

$x(t)$ periodikus: $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \cdot e^{j2\pi f_0 k t}$

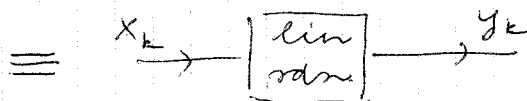
$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-j2\pi f_0 k t} dt$$



Következő: időtart-ban a lin. rdn geszontése a valóban konvolúciós integrállal számolható



$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau$$



$$Y_k = H(f_0 \cdot k) \cdot X_k$$

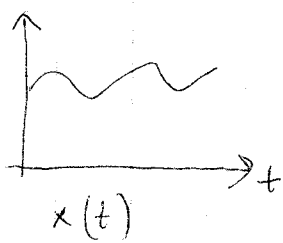
$$\underline{Y} = \underline{H} \cdot \underline{X} = \begin{pmatrix} H(f_0) & & \\ & H(2 \cdot f_0) & \\ & & \ddots \\ & & & H(n \cdot f_0) \end{pmatrix} \cdot \underline{X}$$

$x(t)$ nem periodikus, de $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$, ekkor:

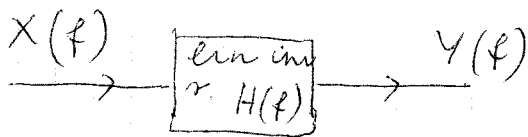
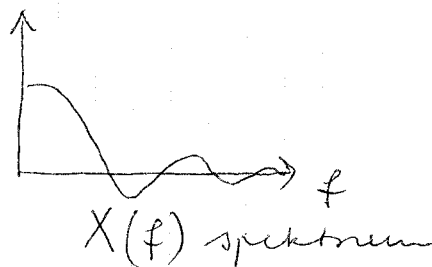
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi f t} df$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} dt$$

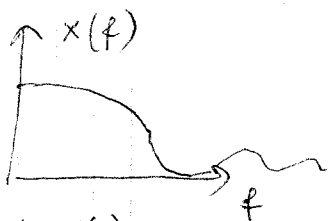
itt f már folytonos, nem $(f_0 \cdot k)$!



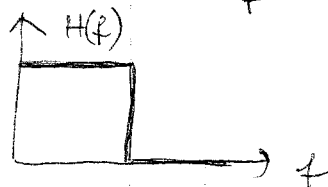
$\equiv$



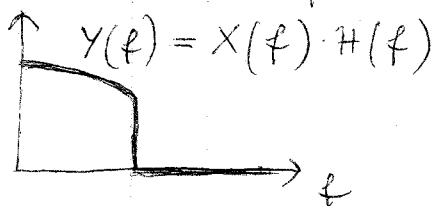
$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \rightarrow \text{a Fourier-transzformáció miatt}$$



nagy frekv. = gyors változások



← megtervezni



Fourier-transzformáció tulajdonságai:

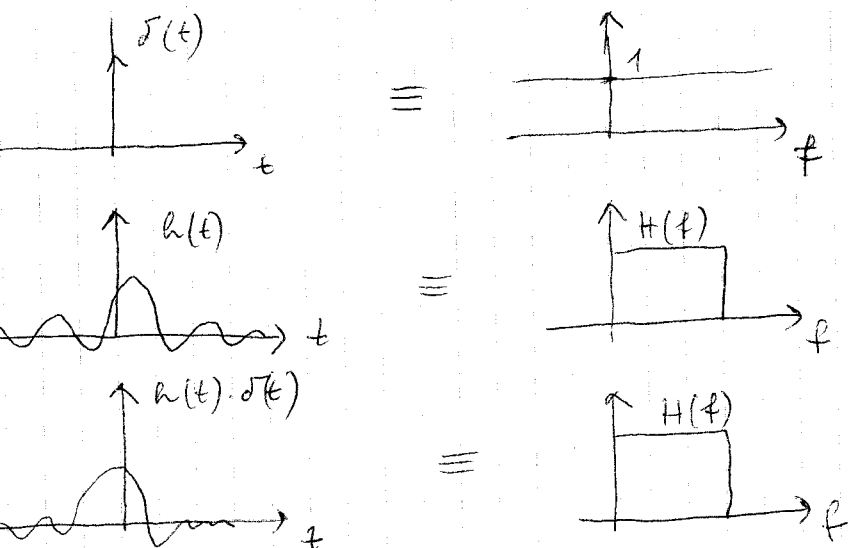
- linearitás (polytonos jelnek spektruma összeadódik)

$$\begin{aligned} Y(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} y(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau e^{-j2\pi ft} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) e^{-j2\pi f(t-\tau)} e^{-j2\pi f\tau} d\tau dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) e^{-j2\pi f(t-\tau)} dt}_{X(f)} e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \\ &= X(f) \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau}_{H(f)} = X(f) \cdot H(f) \end{aligned}$$

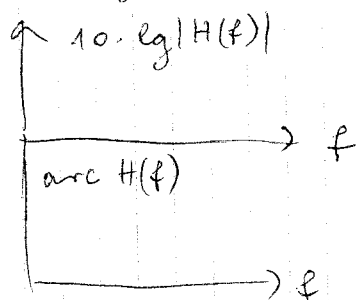
$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

↓
drivitel
karakterisztika

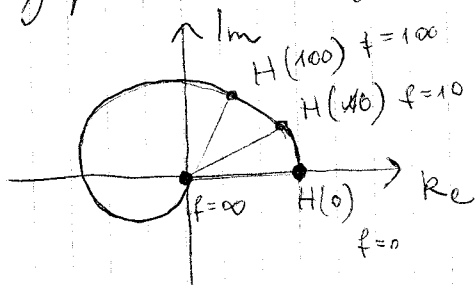
↓
impulzusválasz
(súlyfüggvény)



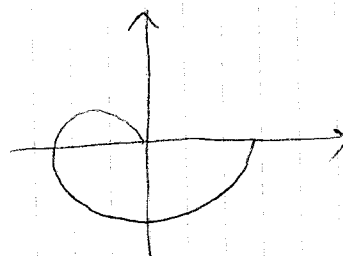
Alkalmi karakterisztikák megjelenítése
- Bode - diagram



- Nyquist - diagram



⊕ frekv.



⊖ frekv.

$x(t)$ nem abszolút integrálható, nem periodikus
 $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt = \infty$

de ha $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| \cdot e^{-\alpha t} dt < \infty$

$$\text{akkor } \mathcal{F}\{x(t) \cdot e^{-\alpha t}\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-\alpha t} \cdot e^{-j2\pi f t} dt =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-(\alpha + j2\pi f)t} dt$$

(L-tr): $X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-st} dt$

s - komplex frekv.

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} X(s) \cdot e^{st} ds$$

Előnye: $X_F := \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \right\}$

$X_F := \left\{ x(t) : \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| \cdot e^{-\alpha t} dt < \infty \right\} \rightarrow$ tagabb halmoz

Hátrány: elvessz a szemléletes fizikai jelentés.

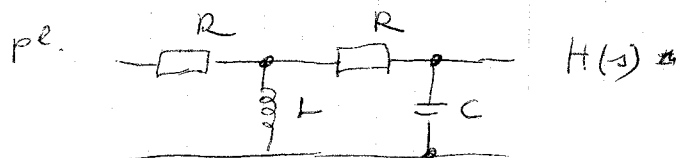
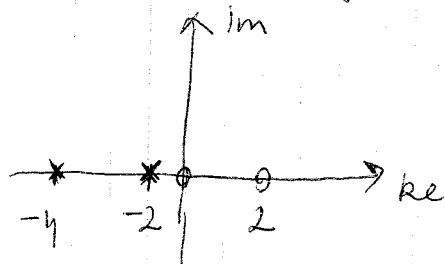


$$Y(s) = H(s) \cdot X(s)$$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-st} dt$$

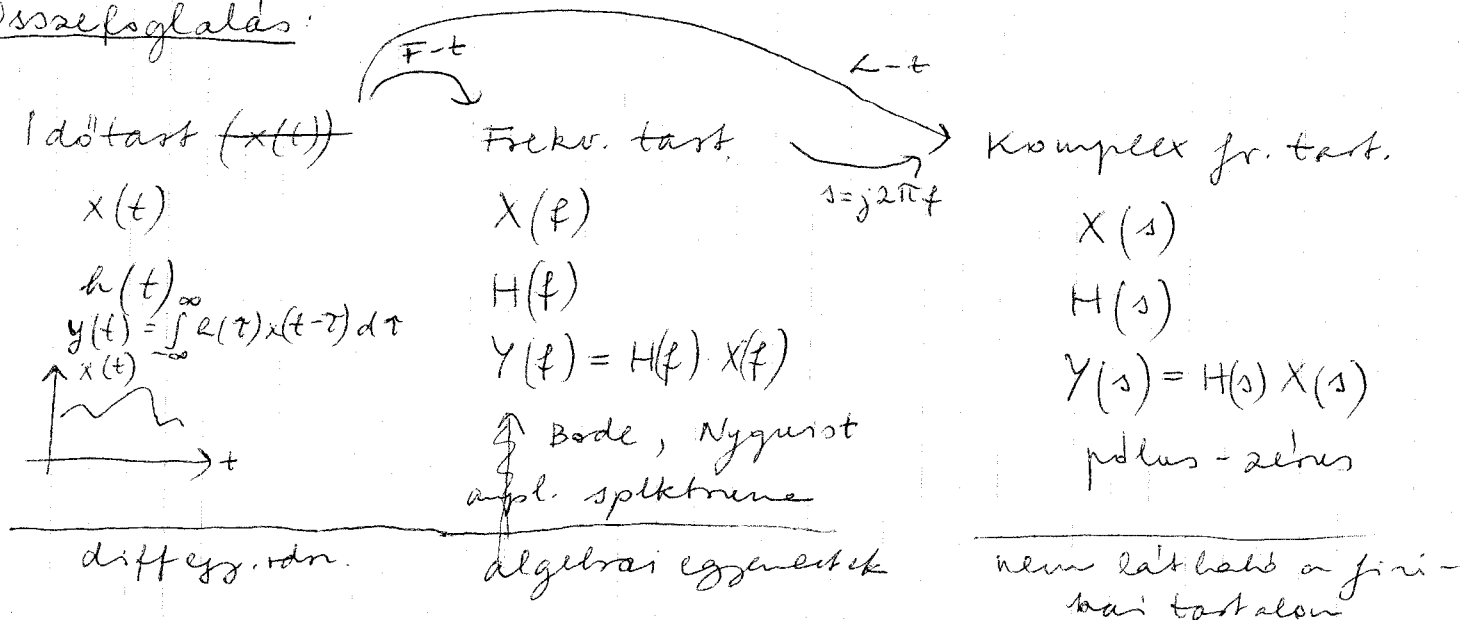
↑ ábrítási fű ↑ impulzusválasz fű

Representáció pl. pólus - zérus képs



$$H(s) = \frac{s(s-2)}{(s+2)(s+4)} \quad \begin{matrix} -4 \\ -2 \end{matrix}$$

Összefoglalás:

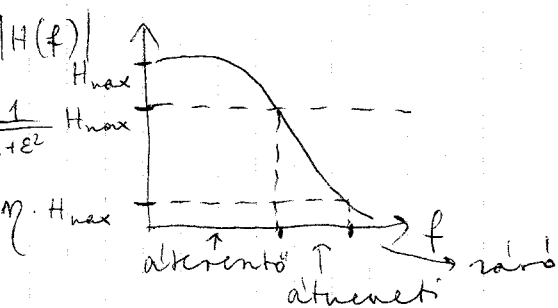


Rendszerek tipizálása H(f) alapján:

átvesztő tart.: $\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \cdot H_{max} < |H(f)| < H_{max}$

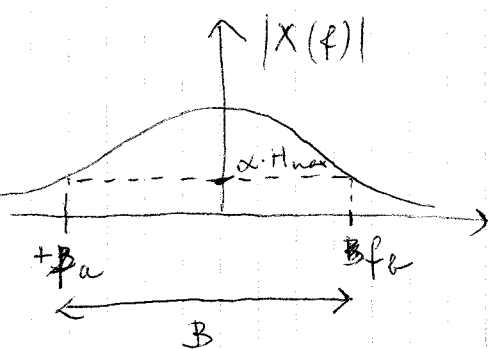
záró tart.: $0 < |H(f)| < \eta \cdot H_{max}$

↓
működési problémáktól függ



Alul átkerestő tart.

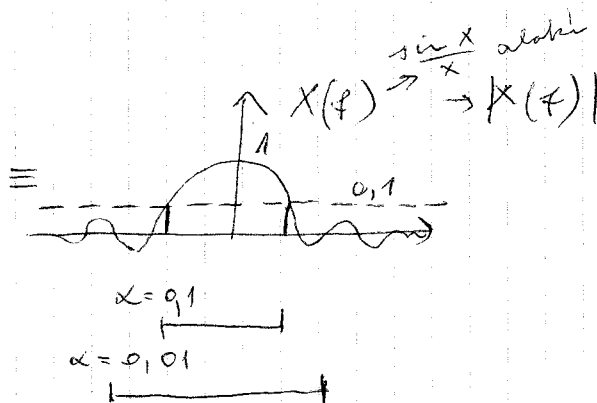
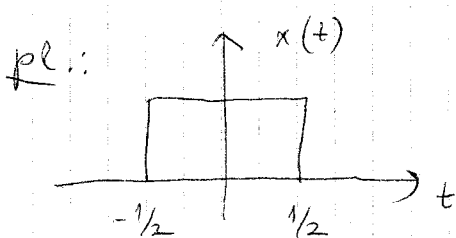
Jelek sávzélessége:



Sávzélesség: $\alpha \cdot H_{\max}(f)$ - nál nem nagyobb frekv.

energia def.:

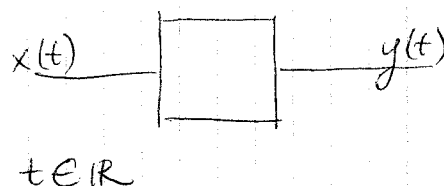
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(f) df$$



14. Gyakorlat

Folytonos idejű rendszerek

Rdn.: 1v. több kimenet
- " - bemenet
legegyszerűbb: SISO



$\text{dom}(x(t), y(t)) \in \mathbb{R} \rightarrow$ folytonosak az I/O-jelek

$$y(t) = \phi(x(t))$$

Lineáris a rdn., ha $\phi(a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)) = a \phi(x_1(t)) + b \phi(x_2(t))$

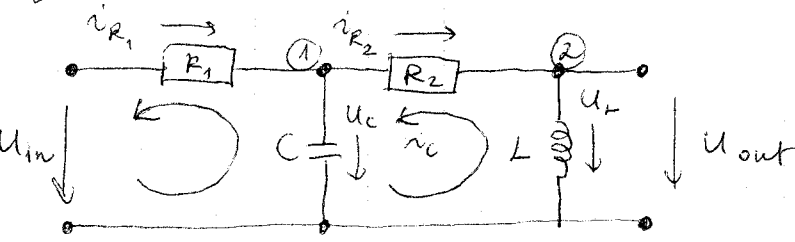
$$y(t) = \phi(x(t))$$

Invariáns rdn.: $y(t+\tau) = \phi(x(t+\tau))$

Memóriamentes: nem függ $y(t)$ az x előző értékeitől

BIBO (Bounded Input Bounded Output): időben korlátos jelet rákötve korlátos a kimenő jel $\rightarrow$ kimenő is az len

$$\dot{y}(t) + y(t) = x(t)$$



$$i_c(t) = C \frac{du}{dt} = C \cdot \dot{u}_c(t)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L \cdot \dot{i}_L(t)$$

$$u_R = R \cdot i$$

$$i_{R2} = i_L$$

$$(1) \quad 0 = i_{R1} - i_C - i_{R2} \rightarrow i_{R1} = i_C + i_{R2}$$

$$(2) \quad 0 = i_{R2} - i_L \rightarrow i_{R2} = i_L$$

$$(H1) \quad u_{in} = u_{R1} + u_C \rightarrow u_{in} = R_1 i_{R1} + u_C = R_1 (i_C + i_L) + u_C$$

$$(H2) \quad u_C = u_{R2} + u_L + 0 \rightarrow L \dot{i}_L + R_2 i_L = u_C$$

Kerdes: bemenő áram a kimenő frekvencia v. fordított

$$u_{in} = R_1 (C \dot{i}_C) + R_1 i_L + u_C$$

$$\dot{i}_C = -\frac{1}{R_1 C} u_C - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{R_1 C} u_{in}$$

$$(H2 \text{ deriválva}) \quad \dot{i}_C = L \ddot{i}_L + R_2 \dot{i}_L$$

$$R_2 \dot{i}_L + L \ddot{i}_L + \frac{1}{R_1 C} (R_2 i_L + L \dot{i}_L) + \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{R_1 C} u_{in} = 0$$

$$\text{Feszültségérték: } V_{out} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_{in}$$

$$Z_C(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_L(j\omega) = j\omega L$$

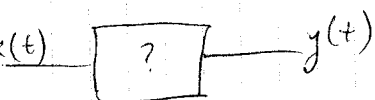
$$u_C = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} \cdot u_{in}$$

$$u_{out} = \frac{j\omega L}{R_2 + j\omega L} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} \cdot u_{in}$$

causalitás: max. a múltból függ a jelen pill., a jövőtől semmiféle sem

Dirac delta: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$

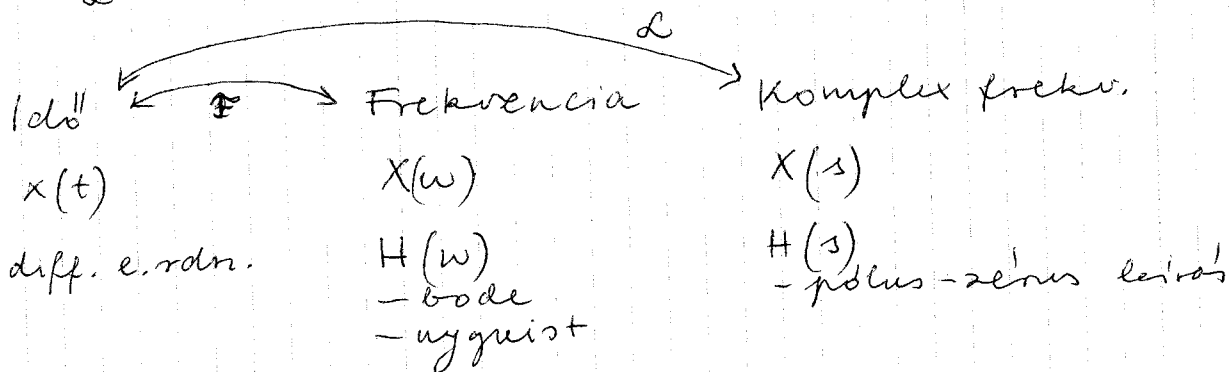
$$\delta(t) = \begin{cases} t \neq 0 \\ t = 0 \end{cases} \quad \delta(t) = 0 \text{ mindenhol}$$



$$y(t) = h(t) \quad (\text{átviteli fű})$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot \underbrace{\delta(t-\tau)}_{x(t)} d\tau$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t-\tau) d\tau$$



$$\mathcal{F}\{\cdot\} \quad X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad \omega = 2\pi f \quad (\text{hőrf.} \rightarrow \text{frekv.})$$

$$\mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(x(t))) = x(t) \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) \cdot e^{j2\pi ft} df \quad f = \frac{1}{T}$$

$$x(t) \text{ pos} \rightarrow \text{valós } X(\omega) \quad z = r \cdot e^{-j\omega} \quad z \in \mathbb{C}$$

$$x(t) \text{ ptkan} \rightarrow \text{képrekes} : X(j\omega)$$

$$\mathcal{F}\{x(t-\tau)\} = e^{-j\omega\tau} \cdot X(j\omega)$$

$$\mathcal{F}\{x(t) \cdot e^{j\omega_0 t}\} = X(j(\omega - \omega_0))$$

$$\mathcal{F}\{x(mt)\} = \frac{1}{|m|} \cdot X(j \frac{\omega}{m})$$

$$\mathcal{F}\{x'(t)\} = j\omega X(j\omega)$$

→ Eltolási tétel

→ modulációs tétel

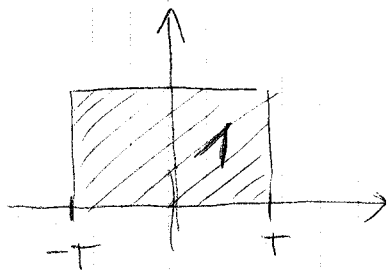
→ Skálázási tétel

→ Időbeli demoduláció

$$\text{Feltétel: } \left(\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \right) \text{ v. } \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \rightarrow \text{véges energiájú}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \overline{g(t)} dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot \overline{G(\omega)} d\omega \rightarrow \text{Parseval egyenlet}$$

↓
kompl. konjugált



$$\Rightarrow X(j\omega) = \frac{\sin(\omega T)}{\omega T}$$

$$x(t) = \varepsilon(t+T) - \varepsilon(t-T)$$

Ha $T=0$ } $\rightarrow$ dirac-delta
 $\int f = 1$

$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1$ azaz t frekv. komponens azonos súllyal szerepel benne

Azonosan konst. jel frekvenciája 0.

$$\mathcal{F}\{x(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t)\} = \mathcal{F}\left\{x(t) \cdot \frac{e^{j2\pi f_0 t}}{2j} - x(t) \frac{e^{-j2\pi f_0 t}}{2j}\right\} =$$

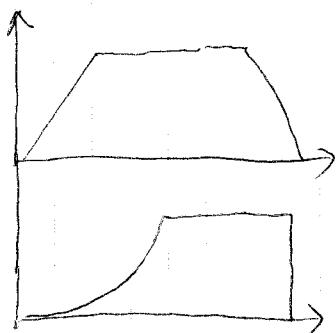
$$= \frac{1}{2j} [X(f-f_0) - X(f+f_0)]$$

$$\mathcal{F}\{\sin(2\pi f_0 t)\} = \frac{1}{2j} [X(f-f_0) - X(f+f_0)] = \frac{1}{2j} \left[1 \cdot e^{j2\pi f_0 t} - 1 \cdot e^{-j2\pi f_0 t} \right] =$$

$$= \frac{1}{2j} [\delta(f-f_0) - \delta(f+f_0)]$$

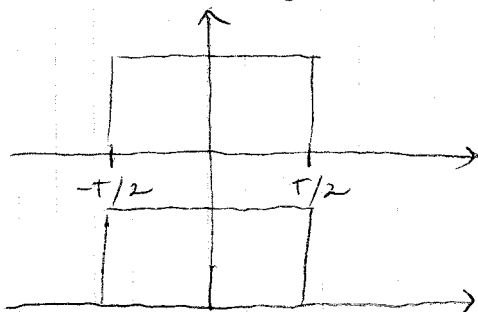


$$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) f(t-\tau) d\tau$$

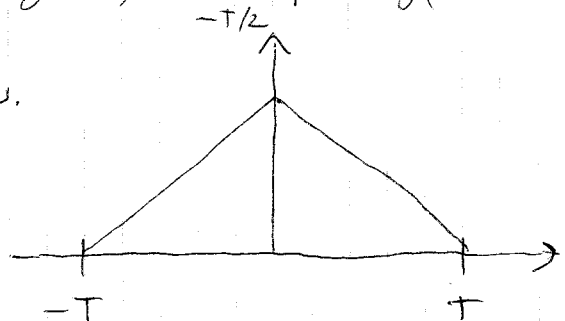


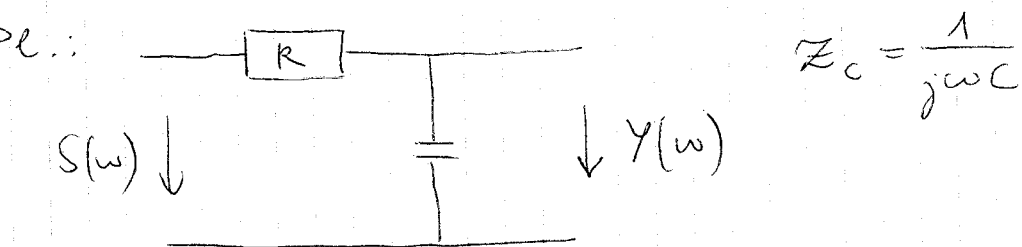
Konvolúció:
 az egyik $f(t)$ időben megfordítom, a kettőt összeadom és integrálom ki

Pl.: 2 négyzetű jel konvolúcióját, itt $\int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) g(t-\tau) d\tau$



} konv. $\rightarrow$





$$Y(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \cdot S(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot S(\omega)$$

időállandó, megmondja, hol csillagút, hol már

$$\frac{Y(\omega)}{S(\omega)} = H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

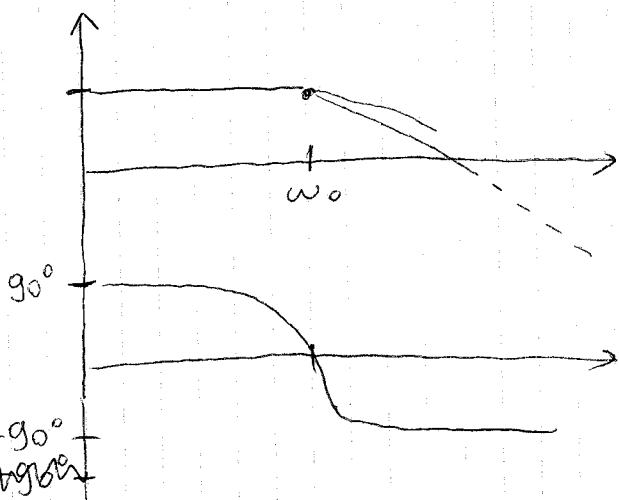
Bode - diagram

	$0 < \omega \ll \omega_0$	$\omega = \omega_0$	$\omega_0 \ll \omega < \infty$
$H(j\omega)$	1	$\frac{1}{1+j}$	$j \frac{\omega}{\omega_0}$
$\log H(j\omega) \rightarrow \text{amplitúdó}$	0	-3 dB	$-20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_0}$ dB
$\arctg H(j\omega) \rightarrow \varphi$	0°	-45°	-90°

ω_0 levágási frekv.

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Elsőfokú aluláteresztő szűrő

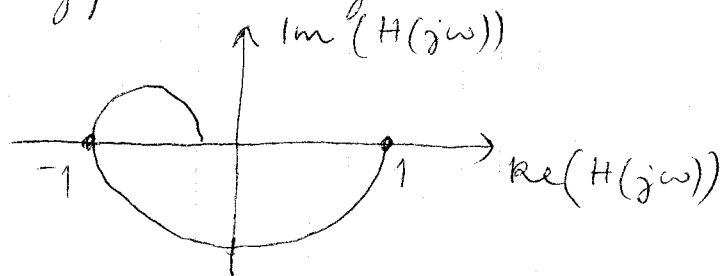


decibel : $\frac{V_{in}}{V_{out}} \Rightarrow 10 \cdot \log \left(\frac{V_{in}}{V_{out}} \right)$

ha $< 0 \rightarrow$ csökken a kimeneti jel
 $> 0 \rightarrow$ növekszik

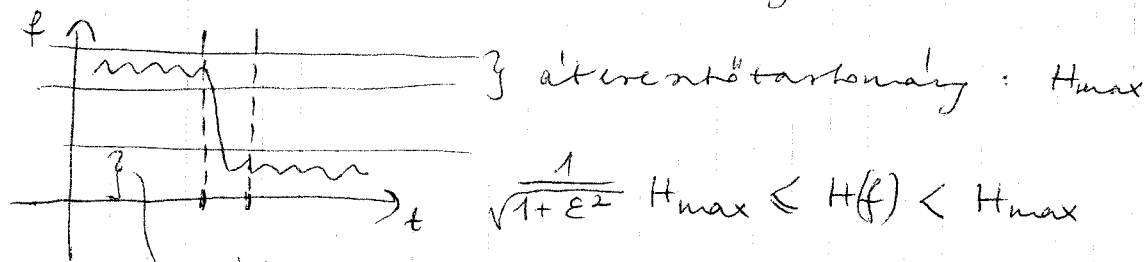
-3 dB $\rightarrow$ felcsillagított energia

Nyquist - diagram:



Aluláteremtő műve

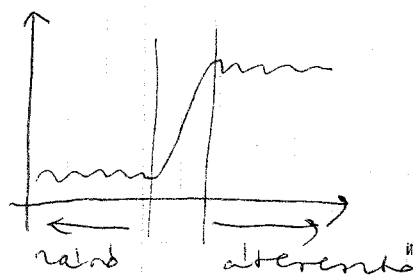
jelek, frekvenciák sávátellessége



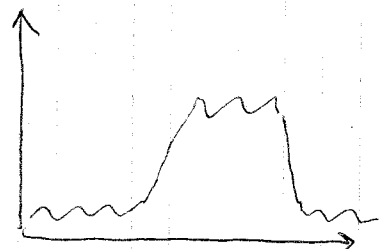
záró tart.: -

Aluláteres.

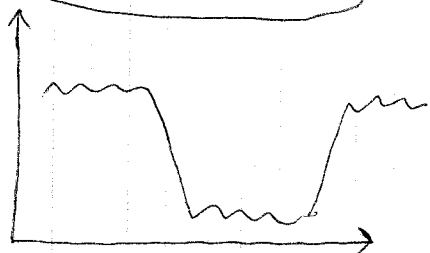
$$-\eta \cdot H_{\max} < H(f) < \eta \cdot H_{\max}$$



Felül áteremtő



Sáv áteremtő



Sávraátó műve