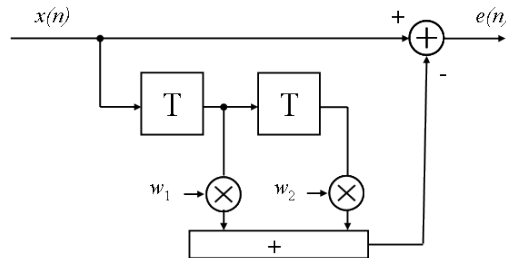


Feladatok a gyakorlatra

11.1) Adott egy másodfokú prediktor az alábbi blokkdiagram szerint:



Áthozva a
10. hétről

- a) Határozza meg a $\mathbf{w}_{\text{opt}}$ optimális szűrőparamétereket és az $\text{MSE}(\mathbf{w}_{\text{opt}})$ négyzetes hibát, ha a bemeneti jel az alábbi:

$$x(n) = \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + v(n),$$

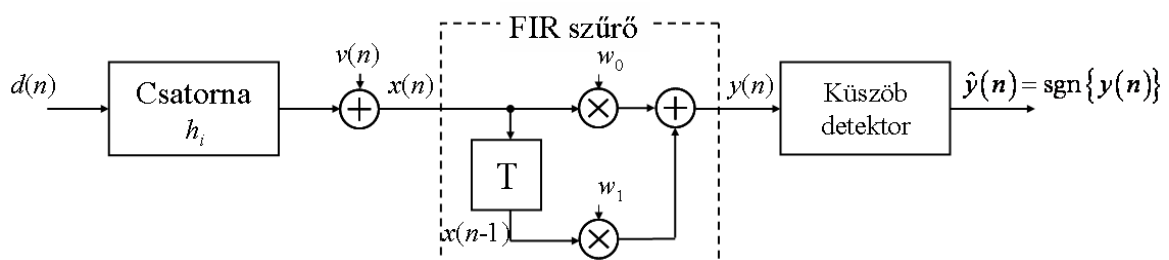
ahol $v(n)$ 0 várhatóértékű Gaussi fehér zaj $\sigma_v^2 = 0.1$ varianciával!

- b) Generáljon egy $n=1, \dots, 1000$ mintasorozatot, és használja a Wiener szűrés rekurzív alakját az optimális paraméterek meghatározásához ($\Delta=1$)! Ábrázolja a rekurzió során az $\text{MSE}(\mathbf{w}(k))$ hibát!
- c) Oldja meg az előző alfeladatot Δ_{opt} esetén!

11.2) Egy véletlen folyamatot kívánunk egy harmadfokú prediktorral tömöríteni. A szűrőegyütthatók optimális beállítása esetén a négyzetes várhatóérték minimális (MMSE).

- a) Adja meg az $\mathbf{R}$ korrelációs mátrixot, ha a korrelációs vektor $\mathbf{r} = [0.5 \ 0 \ 0.2]^T$?
- b) Lehet-e $\mathbf{w}_{\text{opt}} = [0.85 \ -0.7 \ 0.55]^T$ az optimális szűrőegyüttható vektor?
- c) Az $\mathbf{R}$ korrelációs mátrix sajátértékei ismeretében ($\lambda_1 = 0.2929$, $\lambda_2 = 1$ és $\lambda_3 = 1.7071$) milyen Δ tanulási paraméter esetén lesz a leggyorsabb az LMS algoritmus konvergenciája? Igazolja, hogy a megadott megoldás az optimális!

11.3) Egy vezeték nélküli kommunikációs rendszerben a csatorna okozta lineáris torzítását másodfokú FIR szűrővel egyenlítjük ki. A kiegyenlítő együtthatók beállítására LMS algoritmust használunk $\Delta = 1$ tanulási paraméterrel, a kezdeti állapot $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0.1]^T$.



A küldött $d(n) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ jelsorozat a $\mathbf{h} = [1 \ 0.5]^T$ impulzusválaszú csatorna lineárisan torzítja (FIR modell), majd a $v(n)$ gaussi fehér zaj adódik hozzá. A vevő kimenetén megfigyelhető az $x(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0.65 & 0.15 & -0.82 & -0.42 & 0.77 \end{bmatrix}$ jelsorozat.

- Adja meg az LMS algoritmus $\tau^{(K)} = \{(d_i, x_i); i=1, \dots, K\}$ tanulóhalmazát $K=5$ esetén!
- Adja meg a $k=4$ ütem végén a $\mathbf{w}(4)$ együtthatóvektort!
- Mutassa meg, hogy az $\text{MSE}(\mathbf{w}(k))$ lépésről lépésre közelebb kerül a minimális $\text{MMSE} = \text{MSE}(\mathbf{w}_{\text{opt}})$ értékhez! Rajzolja le az $\text{MSE}(\mathbf{w}(k))$ négyzetes várható hibát a k lépésszám függvényében (az ábrán vízszintes vonallal jelölje az optimális szűrőegyütthatóhoz tartozó MMSE értéket)!

Megoldás

a) $\tau^{(K)} = \{(d_i, x_i); i=1, \dots, 5\} = \{(1, 0.65), (-1, 0.15), (-1, -0.82), (1, -0.42), (1, 0.77)\}$

b) $w_l(k+1) = w_l(k) - \Delta(k) \left\{ \sum_{j=0}^J w_j x_{k-j} - d_k \right\} x_{k-l}, l=0, \dots, J$ és $\Delta(k)=1$ alapján

végigszámolható, pl.

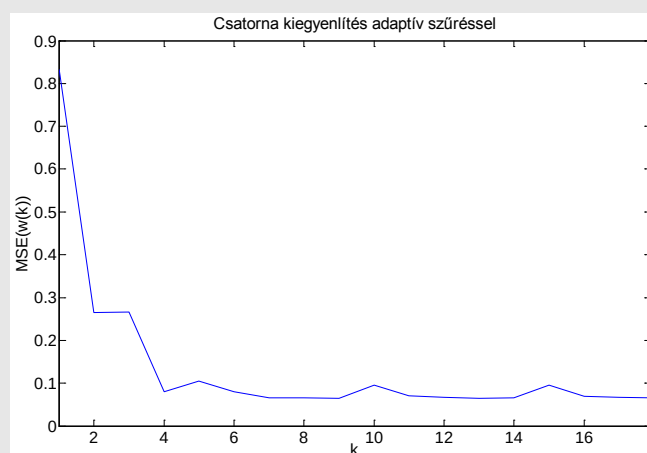
$$w_0(1) = w_0(0) - 1 \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 \right\} \cdot 0.65 = 1.2275 \text{ és}$$

$$w_1(1) = w_1(0) - 1 \cdot \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 \right\} \cdot 0 = 0.1$$

A fentiek alapján el lehet jutni $\mathbf{w}(4)$ -ig:

$$\mathbf{w}(2) = [1.0401 \ -0.7119]^T, \mathbf{w}(3) = [1.0401 \ -0.7119]^T, \mathbf{w}(4) = [0.7111 \ -1.4248]^T$$

c)



Feladatok otthoni kidolgozásra

11.4) Egy vezeték nélküli kommunikációs rendszerben a csatorna okozta lineáris torzítását harmadfokú FIR szűrővel egyenlítjük ki. A kiegyenlítő együtthatók beállítására LMS algoritmust használunk $\Delta=1$ tanulási paraméterrel, a kezdeti állapot $\mathbf{w}(0) = [1 \ 0.1 \ 0.1]^T$, a tanulóhalmaz $\tau^{(5)} = \{(1, 0.3); (-1, -0.5); (-1, 0.1); (1, 1.1); (1, 0.9)\}$. Adja meg a $k=1$ ütem végén a $\mathbf{w}(1)$ együtthatóvektort! (Megj.: $\tau^{(K)} = \{(d_i, x_i); i=1, \dots, K\}$)