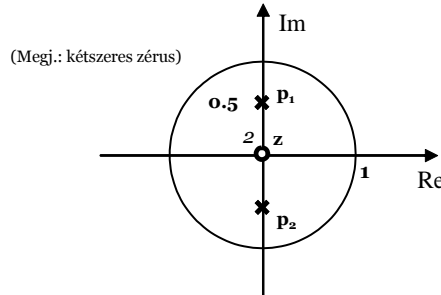


Megoldott feladatok

- 4.1)** Egy jel Z transzformáltjának pólus-zérus elrendezése látható az alábbi ábrán. Adja meg, és rajzolja le az időbeli jelalakot! (A RoC $|z| > 0.5$. A pólus-zérus ábrából nem leolvasható, Z-transzformált K szorzóegyütthatójának értéke legyen 2!)



Megoldás

A pólus-zérus ábrából az átviteli függvény közvetlenül felírható:

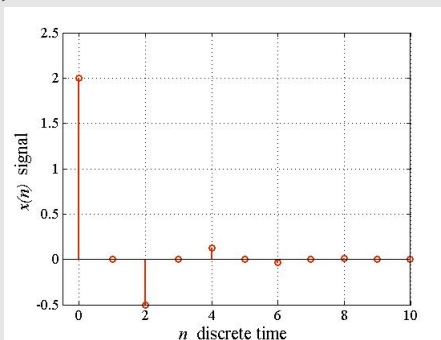
$$X(z) = \frac{2z^2}{(z+0.5j)(z-0.5j)} = \frac{z}{z+0.5j} + \frac{z}{z-0.5j},$$

amiből az időbeli jelalak inverz Z-transzformációval kapható meg:

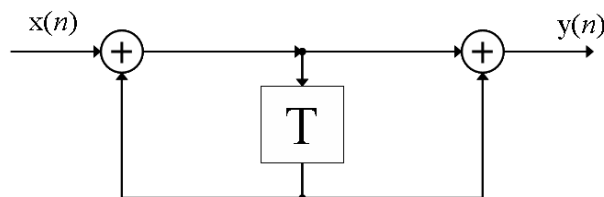
$$x(n) = Z^{-1}\{X(z)\} = u(n) \left[(0.5j)^n + (-0.5j)^n \right] = u(n) \left[0.5^n \left(e^{j\frac{\pi}{2}n} + e^{-j\frac{\pi}{2}n} \right) \right],$$

és ebből az Euler formulát felhasználva kapjuk a végső alakot:

$$x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0.5^n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right).$$



- 4.2)** Adja meg az alábbi rendszer impulzusválasz-függvényét Z-transzformáció segítségével!



Megoldás

A tároló bemenetén felvett $v(n)$ állapotváltozó segítségével az alábbi állapotváltozós két egyenlet írható fel:

$$v(n) = v(n-1) + x(n) \quad (\text{az állapotváltozó egyenlete}), \text{ és}$$

$$y(n) = v(n) + v(n-1) \quad (\text{a kimeneti egyenlet}),$$

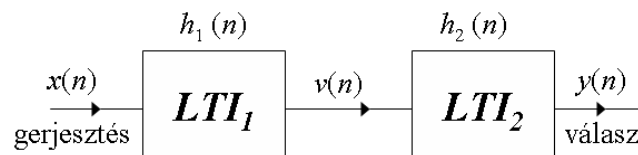
amiből összevonás után felírható az $y(n) - y(n-1) = x(n) + x(n-1)$ rendszeregyenlet. A differencia egyenlet bal és jobb oldalának Z-transzformációja és rendezés után megkapjuk

$$\text{a } H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{z+1}{z-1} \text{ átviteli függvényt, aminek inverz Z-transzformáltja a keresett}$$

impulzusválasz függvény:

$$h(n) = Z^{-1} \left\{ \frac{z}{z-1} + z^{-1} \frac{z}{z-1} \right\} = u(n) + u(n-1).$$

- 4.3)** Impulzusválaszával adott $h_1(n) = u(n)0.3^n$ és $h_2(n) = \delta(n) + \delta(n-1) - \delta(n-2)$ lineáris idővariáns rendszereket sorba kapcsoljuk. Határozza meg az eredő impulzusválasz függvényt!

**Megoldás**

A szűrő eredő átviteli függvényét a $H_1(z) = Z\{h_1(n)\} = \frac{1}{1-0.3z^{-1}}$ és

$$H_2(z) = Z\{h_2(n)\} = 1 + z^{-1} - z^{-2} \text{ átviteli függvények szorzata eredményezi:}$$

$$H(z) = \frac{1+z^{-1}-z^{-2}}{1-0.3z^{-1}} = \frac{70}{9} + \frac{10}{3}z^{-1} - \frac{61}{9} \frac{1}{1-0.3z^{-1}},$$

amiből az eredő impulzusválasz függvény inverz Z transzformáció alkalmazása után a következő:

$$h(n) = Z^{-1}\{H(z)\} = \frac{70}{9}\delta(n) + \frac{10}{3}\delta(n-1) - u(n)\frac{61}{9}0.3^n.$$

- 4.4)** Adott egy szűrő $h(n) = u(n)[0.5^n - 3 \cdot 0.9^n]$ impulzusválasz függvénye. Rajzolja le a rendszer kanonikus blokkdiagramját!

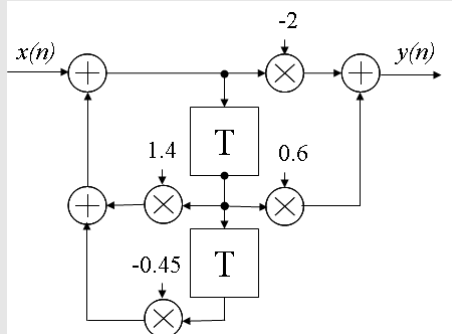
Megoldás

Az impulzusválasz függvényből Z-transzformációval kapjuk meg az $H(z)$ átviteli

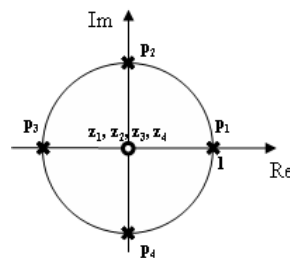
$$\text{függvényt: } H(z) = \frac{z}{z-0.5} - 3 \frac{z}{z-0.9} = \frac{-2z^2 + 0.6z}{(z-0.5)(z-0.9)} = \frac{-2 + 0.6z^{-1}}{1 - 1.4z^{-1} + 0.45z^{-2}}. \text{ Mivel az}$$

átviteli függvény a $Y(z)$ kimeneti és a $X(z)$ bemeneti Z transzformált hányadosa, ezért az

$(1 - 1.4z^{-1} + 0.45z^{-2})Y(z) = (-2 + 0.6z^{-1})X(z)$ egyenlet írható fel, amiből inverz Z transzformáció után kapjuk a rendszeregyenletet:
 $y(n) - 1.4y(n-1) + 0.45y(n-2) = -2x(n) + 0.6x(n-1)$,
 amiből a kanonikus alak már egyszerűen felrajzolható.



4.5) Adott egy lineáris, időinvariáns rendszer pólus-zérus diagramja ($K=1$ erősítéssel). Adja meg a rendszer átviteli függvényét (a RoC konvergencia régióval együtt), a rendszert leíró differenciaegyenletet! Rajzolja le a rendszer kanonikus blokkdiagramját!



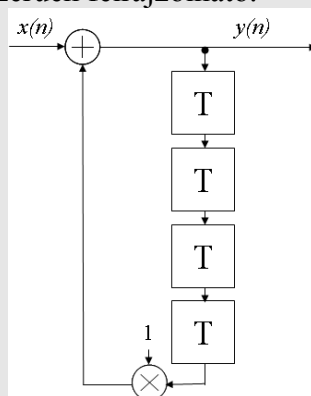
Megoldás

A pólus-zérus diagram alapján közvetlenül felírható a rendszer átviteli függvénye:

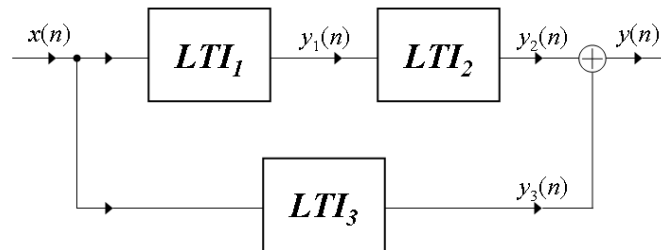
$$H(z) = \frac{z^4}{(z-j)(z+j)(z-1)(z+1)} = \frac{z^4}{z^4 - 1} = \frac{1}{1 - z^{-4}}$$

és RoC: $|z| > 1$. Az átviteli

függvényből átszorzás és rendezés után kapjuk a $y(n) - y(n-4) = x(n)$ rendszeregyenletet, amiből a blokkdiagram már egyszerűen felrajzolható.



- 4.6) Az ábrán látható módon az LTI_1 és LTI_2 rendszer kaszkád, és ezek eredőjével az LTI_3 rendszer paralel kapcsolódik.



Az egyes rendszerek adottak a következő módon:

$$LTI_1 : y_1(n) + 0.1 \cdot y_1(n-1) = 1.1 \cdot x(n)$$

$$LTI_2 : h_2(n) = u(n-1) \cdot 0.2^{n-1}$$

$$LTI_3 : H_3(z) = -\frac{1.1}{z+0.5}$$

A gerjesztés az $x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0.1^n \cos(\alpha \cdot n)$ diszkrét jelsorozat.

- Adja meg az LTI_1 rendszer $y_1(n)$ kimenetét, a differenciaegyenlet időtartománybeli megoldásával, ha a rendszer a gerjesztés előtt relaxált állapotban volt!
- Adja meg az eredő átviteli függvényt (konvergencia régióval együtt)! Rajzolja le a rendszer pólus-zérus elrendezését! Stabil-e a rendszer?

Megoldás

a)

Az LTI_1 rendszer gerjesztésre adott válaszána homogén összetevője $y_h(n) = C \cdot (-0.1)^n$, a partikuláris összetevőt az $x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0.1^n \cos(\alpha \cdot n)$ gerjesztés alapján a $y_{pr}(n) = 0.1^n \cdot [M_c \cos(\alpha n) + M_s \sin(\alpha n)]$ alakban keressük, ahol M_s és M_c együtthatókat a differencia egyenletbe történő behelyettesítés után a

$$0.1^n [M_c \cos(\alpha n) + M_s \sin(\alpha n)] + 0.1^{n-1} [M_c \cos(\alpha(n-1)) + M_s \sin(\alpha(n-1))] = 1.1 \cdot 2 \cdot 0.1^n \cos(\alpha \cdot n)$$

egyenletből a zárójelek felbontása, trigonometrikus átalakítások (

$$\cos(\alpha(n-1)) = \cos(\alpha n) \cos \alpha + \sin(\alpha n) \sin \alpha \text{ és } \sin(\alpha(n-1)) = \sin(\alpha n) \cos \alpha - \cos(\alpha n) \sin \alpha$$

) és a koszinuszos és szinuszos tagok rendezése után kapjuk meg:

$$M_c = 1.1 \text{ és } M_s = -1.1 \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \Big|_{\alpha = \frac{\pi}{2}} = -1.1.$$

A rendszer általános válasza a fentiek alapján a következő alakú lesz:

$$y_{\text{át}}(n) = C \cdot 0.1^n + 0.1^n \cdot 1.1 \cdot \left[\cos(\alpha n) - \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \sin(\alpha n) \right],$$

ahol a C együtthatót az ismert módon számítjuk a fokozatos behelyettesítéssel kapott $y(-1) = 0$ ($M - N = 0 - 1 = -1$) válaszból:

$$C \cdot 0.1^{-1} + 0.1^{-1} \left(1.1 \cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \sin(-\alpha) \right) = 0,$$

amiből $C = -1.1$, és ezzel a válasz:

$$y_{\text{át}}(n) = u(n) \cdot 0.1^n \cdot 1.1 \cdot \left[\cos(\alpha n) - \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \sin(\alpha n) - 1 \right].$$

A formula helyességét igazolja, hogy $n=2$ helyettesítés esetén $y_{\text{át}}(0) = 2.2$, ami megegyezik a fokozatos behelyettesítéssel kapott $y(0) = 2.2$ válasz értékével.

b)

Az eredő átviteli függvény a részrendszerek átviteli függvényéből kapható meg:

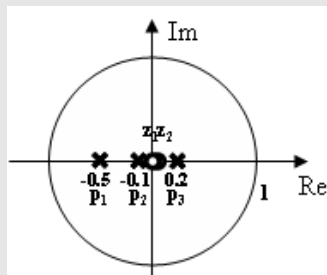
$$H(z) = H_1(z)H_2(z) + H_3(z),$$

ahol $H_1(z) = 1.1 \frac{1}{1 + 0.1z^{-1}}$ a differenciaegyenlet z-transzformációjából rendezés után

kapható meg, és $H_2(z) = Z\{h_2(n)\} = \frac{z^{-1}}{1 - 0.2z^{-1}}$ az impulzusválasz z-transzformáltja, ezzel az eredő átviteli függvény konkrét alakja a következő lesz:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1.1}{1 + 0.1z^{-1}} \frac{z^{-1}}{1 - 0.2z^{-1}} - \frac{1.1z^{-1}}{1 + 0.5z^{-1}} = \frac{1.1z^{-1}(1 + 0.5z^{-1}) - 1.1z^{-1}(1 + 0.1z^{-1})(1 - 0.2z^{-1})}{(1 + 0.1z^{-1})(1 - 0.2z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})} = \\ &= 1.1z^{-1} \frac{0.6z^{-1} + 0.02z^{-2}}{(1 + 0.1z^{-1})(1 - 0.2z^{-1})(1 + 0.5z^{-1})} = 0.66z^{-1} \frac{z(z + 0.033)}{(z + 0.1)(z - 0.2)(z + 0.5)}. \end{aligned}$$

Az eredő rendszer stabil, mivel mindhárom pólusa az egységkörön belül helyezkedik el, a pólus-zérus kép az alábbi:



4.7) Egy lineáris, időinvariáns rendszer az $x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0.3^n$ gerjesztésre adott válasza:

$$y(n) = u(n) \cdot \left[-\frac{25}{3} \cdot 0.5^n - \frac{32}{3} \cdot 0.2^n + 21 \cdot 0.3^n \right]$$

- Adja meg a rendszer átviteli függvényét (konvergencia régióval együtt)! Rajzolja le a rendszer pólus-zérus elrendezését! Stabil-e a rendszer?
- Adja meg a rendszer impulzusválaszát!
- Adja meg a szűrőt leíró differencia egyenletet és a kanonikus blokkdiagramot!

Megoldás

a)

Az átviteli függvény meghatározásához Z-transzformálni kell a gerjesztést és a gerjesztésre adott választ:

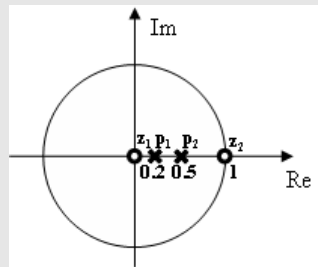
$$X(z) = Z\{x(n)\} = 2 \frac{z}{z-0.3} \text{ és}$$

$$Y(z) = Z\{y(n)\} = -\frac{25}{3} \frac{z}{z-0.5} - \frac{32}{3} \frac{z}{z-0.2} + 21 \frac{z}{z-0.3} = 2 \frac{z^2(z-1)}{(z-0.3)(z-0.2)(z-0.5)},$$

amely két z-transzformált jel hányadosa az átviteli függvény:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z(z-1)}{(z-0.2)(z-0.5)},$$

és $RoC : |z| > 0.5$ a konvergencia régió.



A rendszer stabil, minden pólusa az egységkörön belül helyezkedik el.

b)

A rendszer impulzusválasza a z átviteli függvényből inverz z-transzformációval számítható:

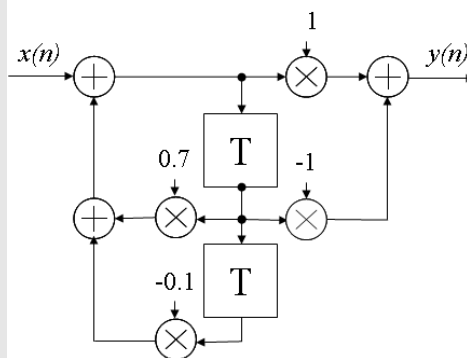
$$\begin{aligned} h(n) &= Z^{-1}\{H(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{z(z-1)}{(z-0.2)(z-0.5)}\right\} = Z^{-1}\left\{\frac{8}{3} \frac{z}{z-0.2} - \frac{5}{3} \frac{z}{z-0.5}\right\} = \\ &= u(n) \left[\frac{8}{3} 0.2^n - \frac{5}{3} 0.5^n \right] \end{aligned}$$

c)

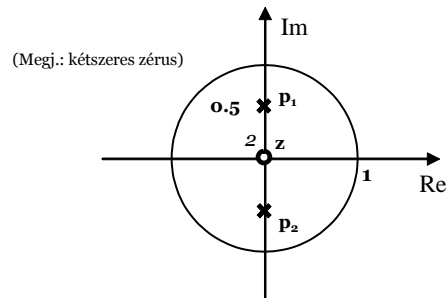
A differenciaegyenletet az átviteli függvényből írható fel rendezés és a két oldal inverz z-transzformációjával, a végeredmény:

$$y(n) - 0.7y(n-1) + 0.1y(n-2) = x(n) - x(n-1).$$

A kanonikus blokkdiagram a differenciaegyenletből könnyen felrajzolható:



- 4.8)** Egy jel Z transzformáltjának pólus-zérus elrendezése látható az alábbi ábrán. Adja meg, és rajzolja le az időbeli jelalakot! (A RoC $|z| > 0.5$. A pólus-zérus ábrából nem leolvasható, Z-transzformált K szorzóegyütthatójának értéke legyen 2!)



Megoldás

A pólus-zérus ábrából az átviteli függvény közvetlenül felírható:

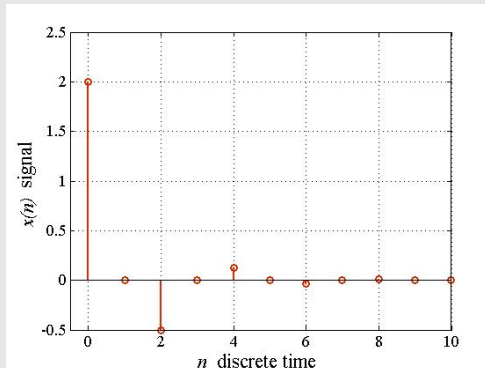
$$X(z) = \frac{2z^2}{(z+0.5j)(z-0.5j)} = \frac{z}{z+0.5j} + \frac{z}{z-0.5j},$$

amiből az időbeli jelalak inverz Z-transzformációval kapható meg:

$$x(n) = Z^{-1}\{X(z)\} = u(n) \left[(0.5j)^n + (-0.5j)^n \right] = u(n) \left[0.5^n \left(e^{j\frac{\pi}{2}n} + e^{-j\frac{\pi}{2}n} \right) \right],$$

és ebből az Euler formulát felhasználva kapjuk a végső alakot:

$$x(n) = u(n) \cdot 2 \cdot 0.5^n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right).$$



- 4.9)** Adott két szűrő a $H_1(z) = 1 + 0.5z^{-1}$ és $H_2(z) = \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}}$ átviteli függvénnyel.

Adja meg mindkét rendszer blokkdiagramját! Rajzolja le a $|H_1(\omega)|$ és $|H_2(\omega)|$ átviteli karakterisztikák abszolút értékét! Milyen típusúak ezek a szűrők?

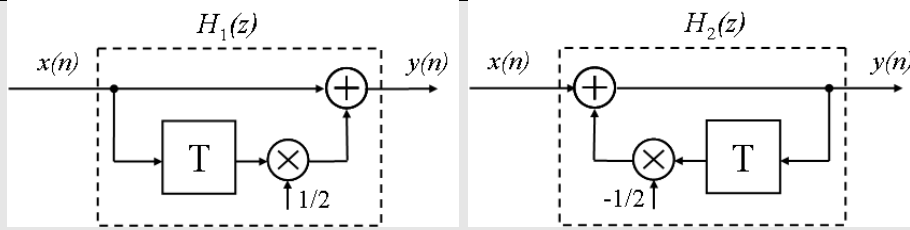
Megoldás

Az átviteli függvények alapján felírható mindkét rendszer rendszeregyenlete:

$$y(n) = x(n) + 0.5x(n-1)$$

$$y(n) + 0.5y(n-1) = x(n) \text{ (a } H_2(z) \text{-vel adott rendszer esetén).}$$

A rendszeregyenletekből a blokkdiagramok már könnyen felrajzolhatóak:

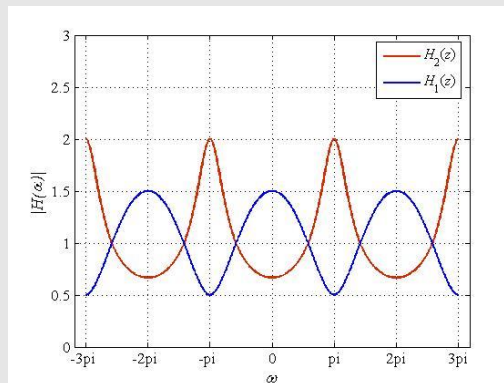


Az architektúra alapján az első rendszer FIR szűrő, a második rendszer IIR szűrő. Az átviteli függvényekből az átviteli karakterisztikák a $z=e^{j\omega}$ helyettesítéssel kapható meg:

$$|H_1(\omega)| = |1 + 0.5e^{-j\omega}| = \sqrt{(1 + 0.5 \cos \omega)^2 + 0.25 \sin^2 \omega} = \sqrt{1.25 + \cos \omega},$$

illetve

$$|H_2(\omega)| = \frac{1}{|1 + 0.5e^{-j\omega}|} = \frac{1}{\sqrt{1.25 + \cos \omega}}.$$



A karakterisztikák alapján látható, hogy az első rendszer aluláteresztő, a második rendszer feluláteresztő jellegű szűrőt valósít meg.

4.10) Adja meg az $X(z) = z^{-1} \cdot \left(z + 2 + z^{-1} + \frac{2z+1}{z^2 - 0.2z + 0.01} \right)$ jel időtartománybeli alakját!

Megoldás

Az $x(n) = Z^{-1} \left\{ 1 + 2z^{-1} + z^{-2} + z^{-1} \frac{2z+1}{z^2 - 0.2z + 0.01} \right\}$ időbeli jelalakot a $\frac{2z+1}{(z-0.1)^2}$ tört tag

miatt nem lehet 'ránézésre' megadni. A $Z^{-1} \left\{ \frac{2z+1}{(z-0.1)^2} \right\}$ inverz Z-transzformáció során

támaszkodhatunk a Z-transzformáció alábbi tulajdonságára:

$$Z \{ u(n) \cdot n \cdot x(n) \} = -z \frac{dX(z)}{dz},$$

ahol $X(z) = Z \{ x(n) \}$, ez alapján ugyanis $x(n) = 0.1^n$ jel esetén a Z-transzformált a

$$Z \{ u(n) \cdot n \cdot 0.1^n \} = -\frac{0.1z}{(z-0.1)^2}$$

alakot ölti. Ezek után a kérdéses jelalakot megkaphatjuk, ha az inverz Z-transzformáció elvégzése előtt néhány elemi rendezést hajtunk végre:

$$Z^{-1} \left\{ \frac{2z+1}{(z-0.1)^2} \right\} = Z^{-1} \left\{ -20 \frac{-0.1z}{(z-0.1)^2} - 10z^{-1} \frac{-0.1z}{(z-0.1)^2} \right\} =$$

$$= u(n) \left[-20 \cdot n \cdot 0.1^n - 10 \cdot (n-1) \cdot 0.1^{n-1} \right],$$

amit felhasználva kaphatjuk meg az $x(n)$ jelet:

$$x(n) = Z^{-1} \left\{ 1 + 2z^{-1} + z^{-2} + z^{-1} \frac{2z+1}{(z-0.1)^2} \right\} =$$

$$= \delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2) - 20u(n-1) \cdot (n-1) \cdot 0.1^{n-1} - 10u(n-2) \cdot (n-2) \cdot 0.1^{n-2},$$

és ebből rendezés után kapjuk a

$$x(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) + \delta(n-2) + u(n-2) \cdot 0.1^{n-2} \cdot [-12n + 22].$$

4.11) Egy jel $X(z) = \frac{z(z-3)}{(z-0.2)(z+0.3)}$ Z-transzformáltja alapján adja meg az $x_1(n)$, $x_2(n)$

és $x_3(n)$ időbeli jelalakot, ha a konvergencia rendre a $RoC_1 := \{z, |z| > 0.3\}$,

$RoC_2 := \{z, 0.2 < |z| < 0.3\}$ és $RoC_3 := \{z, |z| < 0.2\}$ tartományokra értelmezett!

Megoldás

Első lépésben az $X(z)$ Z tartománybeli jelet résztörtekre kell bontani:

$$X(z) = \frac{z(z-3)}{(z-0.2)(z+0.3)} = 6.6 \cdot \frac{z}{(z+0.3)} - 5.6 \cdot \frac{z}{(z-0.2)}$$

a megadott konvergencia tartományok alapján az egyes résztörtek inverz Z transzformáltja a következő:

$$Z^{-1} \left\{ 6.6 \cdot \frac{z}{z+0.3} \right\} = \begin{cases} 6.6 \cdot u(n) (-0.3)^n & \text{ha } z \in RoC_1 \\ -6.6 \cdot u(-n-1) (-0.3)^{-n-1} & \text{ha } z \in RoC_2 \\ -6.6 \cdot u(-n-1) (-0.3)^{-n-1} & \text{ha } z \in RoC_3 \end{cases}$$

és

$$Z^{-1} \left\{ -5.6 \cdot \frac{z}{z-0.2} \right\} = \begin{cases} -5.6 \cdot u(n) 0.2^n & \text{ha } z \in RoC_1 \\ -5.6 \cdot u(n) 0.2^n & \text{ha } z \in RoC_2 \\ 5.6 \cdot u(-n-1) 0.2^{-n-1} & \text{ha } z \in RoC_3 \end{cases}$$

és a kettő együtt adja a keresett $x_1(n)$, $x_2(n)$ és $x_3(n)$ időbeli jelalakot:

$$x_1(n) = u(n) \left[6.6 \cdot (-0.3)^n - 5.6 \cdot 0.2^n \right],$$

$$x_2(n) = -6.6 \cdot u(-n-1) \cdot (-0.3)^{-n-1} - 5.6 \cdot u(n) 0.2^n \text{ és végül}$$

$$x_3(n) = u(-n-1) \left[-6.6 \cdot (-0.3)^{-n-1} + 5.6 \cdot 0.2^{-n-1} \right].$$

4.12) Egy diszkrét idejű rendszer rendszeregyenlete

$$y(n) - 0.25y(n-2) = x(n) - 2x(n-1).$$

- Határozza meg a rendszer átviteli függvényét!
- Határozza meg az átviteli függvény pólusait és zérusait, majd rajzolja fel a pólus-zérus elrendezést! Vizsgálja meg a rendszer stabilitását!
- Határozza meg a rendszer $x(n)=u(n)$ gerjesztésre adott válaszát Z-tartománybeli analízissel!

Megoldás

a)

A differencia egyenlet mindkét oldalának Z-transzformáltja a következő:

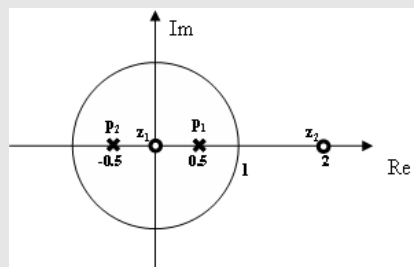
$$Y(z) - 0.25z^{-2}Y(z) = X(z) - 2z^{-1}X(z)$$

Amiből rendezés után megkapjuk az átviteli függvényt:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 - 0.25z^{-2}} = \frac{z^2 - 2z}{z^2 - 0.25} = \frac{z(z-2)}{(z+0.5)(z-0.5)}.$$

b)

Az átviteli függvény alapján a rendszernek zérusai a $z_1 = 0$ és $z_2 = 2$ helyeken és pólusai a $p_1 = 0.5$ és $p_2 = -0.5$ helyeken vannak.



c)

A válasz komplex Z tartománybeli alakja a gerjesztés $X(z) = Z\{x(n)\} = \frac{z}{z-1}$ komplex Z tartománybeli alakja és az átviteli függvény szorzatából kapható meg:

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{z(z-2)}{(z+0.5)(z-0.5)} \frac{z}{z-1},$$

amiből inverz Z-transzformációval előállítható az időbeli jelalak:

$$y(n) = Z^{-1} \left\{ \frac{z(z-2)}{(z+0.5)(z-0.5)} \frac{z}{z-1} \right\} = Z^{-1} \left\{ \frac{5}{6} \frac{z}{z+0.5} + \frac{1.5z}{z-0.5} - \frac{4}{3} \frac{z}{z-1} \right\},$$

amiből

$$y(n) = u(n) \left[\frac{5}{6} \cdot 0.5^n + 1.5(-0.5)^n - \frac{4}{3} \right].$$

Feladatok otthoni kidolgozásra

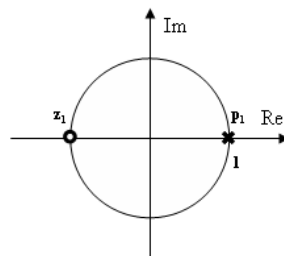
- 4.13)** Adja meg a Z-transzformáció definícióját és ismertesse a konvergencia tartományt (RoC) általános esetben! Hány időbeli jelalak tartozhat ugyanazon

$$H(z) = \frac{\prod_{j=1}^M (z - z_j)}{\prod_{i=1}^N (z - p_i)}$$

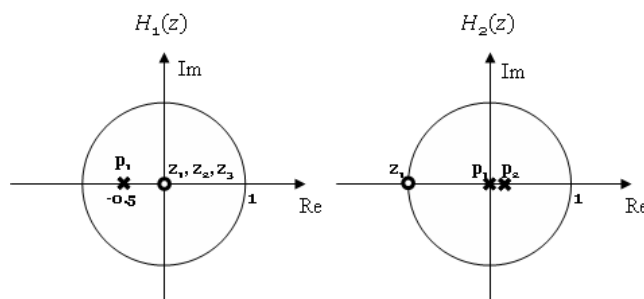
Z-transzformált jelhez, ha a RoC tartomány nincs definiálva?

Sorolja fel a z transzformáció tulajdonságait bizonyítások nélkül! Adja meg az $n \cdot x(n-1)$, $x(-n)$ és az $h(n) * x(n)$ konvolvált jel Z-transzformációját! Magyarozza meg, miért előnyös a Z-transzformáció használata a jelek időbeli analiziséhez képest!

- 4.14)** Adott egy lineáris, időinvariáns rendszer pólus-zérus diagramja ($K = 1$ erősítéssel). Adja meg a rendszer átviteli függvényét (a RoC konvergencia régióval együtt), és impulzusválaszt inverz Z transzformációval! Rajzolja le a rendszer kanonikus blokkdiagramját!

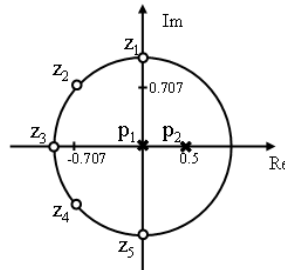


- 4.15)** Két kauzális szűrő adott az alábbi pólus-zérus ábrákkal.



- A szűrők parallel kapcsolása esetén adja meg az eredő átviteli függvényt és a konvergencia régiót!
- Adja meg a $h_p(n)$ eredő impulzusválaszt!

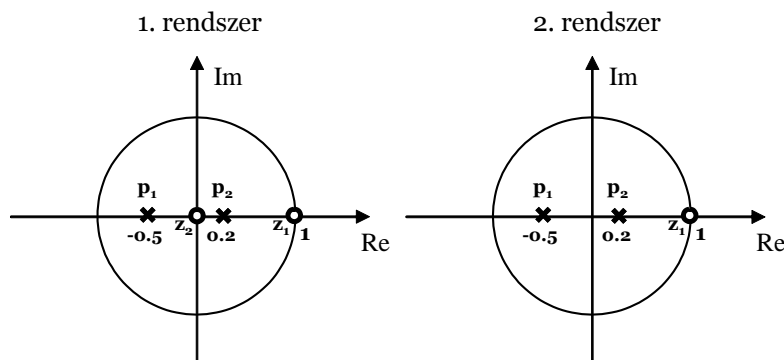
4.16) Egy lineáris időinvariáns, kauzális rendszer adott a pólus-zérus ábrájával.



- Adja meg a konvergencia régiót (RoC)!
- Adja meg a rendszer impulzusválasztát!

4.17) Adott egy lineáris, időinvariáns, kauzális rendszer a $H(z) = 2 \frac{z-2}{(z^2-0.25)}$ átviteli függvénnyel. Adja meg a konvergencia régiót (RoC)! Adja meg az impulzusválaszt és rajzolja fel a pólus-zérus diagramot! Számolja ki a rendszer válaszát az $n=4$ ütemre, ha $x(n) = \delta(n) + \delta(n-2)$ a gerjesztés!

4.18) Adott két lineáris, időinvariáns, kauzális rendszer pólus-zérus képe:



- Adja meg mindkét rendszer átviteli függvényét (konvergencia régióval együtt)!
- Adja meg mindkét rendszer impulzusválasztát! Rajzolja le az impulzusválasz függvényt a $[0,5]$ intervallumon!
- Az $x(n) = u(n)$ gerjesztés esetén adja meg az 1. rendszer válaszát az rendszert leíró differenciaegyenlet időbeli megoldásával, relaxált rendszer esetén!