

Maxwell egyenletek

2016. február 26., péntek 10:20

	Integrál-alak magnetikus statikus	Differenciális alak magnetikus (statikus)
I. Ampere - Maxwell törvénye:	$\oint_L H dl = \int_A (J + \frac{\partial D}{\partial t}) dA$	$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$
II. Faraday Indukció törvénye:	$\oint_L E dl = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V B dA$	$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t}$
III. Elektromos térer Gauss törvénye:	$\oint_A D dA = \sum_i Q_i = \int_V \rho dV$	$\nabla \cdot D = \rho$
IV. Mágneses térer Gauss törvénye:	$\oint_A B dA = 0$	$\nabla \cdot B = 0$
V. Vákuumban:	$D = \epsilon_0 \cdot E$ $B = \mu_0 \cdot H$	$D = \epsilon_0 \cdot E$ $B = \mu_0 \cdot H$
VI. Lorentz erő:	$F = q \cdot E + q (v \times B)$	$F = q \cdot E + q (v \times B)$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \approx \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-3} \text{ As/Vm}$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am} \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2 \approx 9 \cdot 10^{16} \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

Anyagtól: $E^{V/m} \quad D^{As/m^2} = \epsilon_0 E^{V/m} + P^{As/m^2} \quad P: \text{dielektromos polarizáció (anyagot jellemzi)}$
 $B \quad H^{A/m} = \frac{1}{\mu_0} (B^{Vs/m^2} - M^{Vs/m^2}) \quad M: \text{mágnesesség vektora}$

Differenciális Ohm-törvény: $J = \sigma (E + E_{sen})$

Vákuumban: $D = \epsilon_0 E \quad B = \mu_0 H \Rightarrow$ Azokat az anyagokat, amiket így leírhatunk, egyenlő anyagokat nevezzük

Klasszikus elektrodinamika fontossága $\Rightarrow$ Azt klasszikus, mert eltekinthetünk attól, hogy a fény is részecskékből áll

1) Általános eset $\Rightarrow$ Maxwell-egyenletek (Elektromágneses hullámok $\rightarrow$ hullámter, optika)

2) $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$ (nemmi nem változik), $J = 0$ (nem folyik áram)

$\Rightarrow$ Az elektromosság és mágnesesség függetlennek tekinthető

a) Magnetostatika $\Rightarrow \nabla \times H = 0, \nabla \cdot B = 0$ (a mágneses merev örvény- és forrásmentes)

$$\Rightarrow B = \mu_0 H + M$$

b) Elektrosztatika $\Rightarrow \nabla \times E = 0, \nabla \cdot D = \rho$ (az elektromos tér örvénymentes és forrásos)

$$\Rightarrow D = \epsilon_0 E + P$$

3) Stacionárius terek: $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow 0$, de $J \neq 0$

$$\nabla \times H = J, \nabla \times E = 0 \text{ (elektromos tér örvénymentes marad)}$$

$$\nabla \cdot D = \rho \text{ (forrás az elektromos tér)}, \nabla \cdot B = 0 \text{ (de a mágneses tér nem)}$$

$$\Rightarrow D = \epsilon_0 E + P, \quad B = \mu_0 H + M, \quad J = \sigma(E + E_{\text{ind}})$$

$\Rightarrow$ Egyenletes áramkörök

4) Kvázi Stacionárius tétel és áramkörök: $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$ (elhanyagoljuk az időbeli áramot
 $\Rightarrow$ eltekintünk a gyorsuló töltésektől
 által generált sugárzástól)

$\nabla \times H = J \Rightarrow$ a töltségi egyenlet megadja a Maxwell egyenletekből

Inverz probléma: Létezik egy képlet a voltagból, egy jelenleg képlet

$\Rightarrow$ DE in összevessé kívánni, hogy MIT létezik, mi a jelenleg ok, hatása

Pl: Skalár és vektorpotenciál

a) Adott egy irányított tér, aminél ismerjük a forrást

$$\Rightarrow \text{rot}(v(r)) = 0 \quad \text{és} \quad \text{div}(v(r)) = g(r)$$

$\Rightarrow$ statikusnak meg a $v(r)$ -t az eddig $g(r)$ -ből

Ugyanúgy lehet egy skalárpotenciált, amit ^{skalár}potenciálnak nevezünk: $\varphi(r)$

$$v(r) = -\text{grad} \varphi(r) : \varphi(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{g}{r} dV$$

$\Rightarrow \text{rot}(v(r)) = 0$ biztos igaz lesz $\text{rot grad } v(r) = 0 \cdot \forall v: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

b) Adott egy forrásmentes tér, aminél ismerjük az irányított

$$\Rightarrow \text{div } u = 0 \quad \text{rot } u = s$$

Ugyanúgy lehet egy vektorpotenciált, amit vektorpotenciálnak nevezünk: $A(r)$

$$u(r) = \text{rot}(A(r)) \quad A(r) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{s}{r} dV$$

Poisson egyenlet: $\Delta U = -\frac{\rho}{\epsilon}$

$$\Rightarrow \text{potenciálból tényleg: } E(r) = -\nabla U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(r') r'}{r^2} dV$$

$$\text{rot rot } A = \nabla \times \nabla \times A = \nabla \cdot \nabla \cdot A - \Delta A$$

$\hookrightarrow$ Laplace