

1.)

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

a) Irányítható-e?

b) Megfigyelhető-e?

$$y = [0 \ 1 \ 0] x$$

$$a) C_3 = [B \ AB \ A^2B] =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 25 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rank}(C_3) < 3$$

Nem irányítható.

$$A^2: \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 8 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 24 & 25 & 8 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

a₂) Kis módosítás a modellben: $C = [1 \ 0 \ 0]$ b) ~~Hely~~ Megfigyelhető-e a₂ modell?

$$O_3 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{Rank}(O_3) < 3$$

Nem megfigyelhető a modell!

c) Mi történik, ha:

$$y = [1 \ 1 \ 1] x ?$$

 C_3 nem változik $\rightarrow$ nem irányítható

$$O_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 5 & 1 \\ 28 & 25 & 116 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det}(O_3) = 1 \cdot (5 \cdot 116 - 25 \cdot 1) - 6(116)$$

$$= -103 \neq 0$$

Megfigyelhető a modell.

d) Van-e ehhez a modellhez egy T transzformáció,

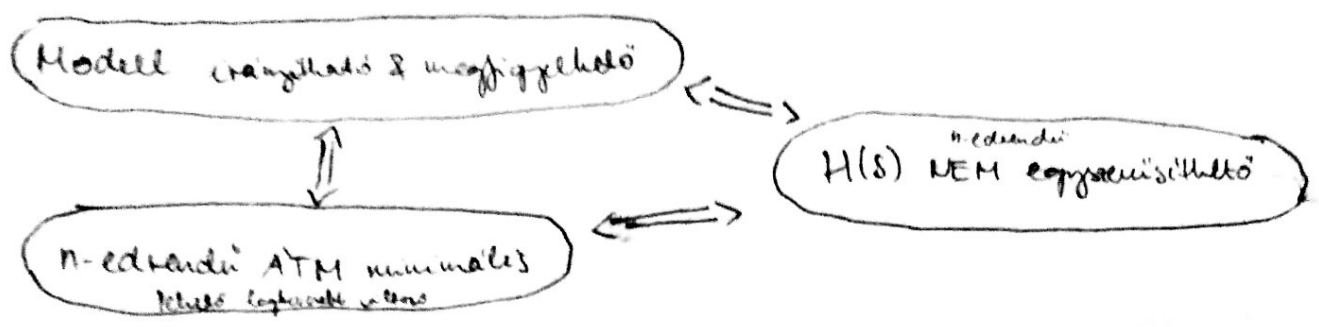
melépre $\exists T^{-1}$ (invertálható) és a modellt ~~trans~~ irányítható & megfigyelhetővé teszi?

$$(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}) \rightarrow \bar{C} \& 0 ?$$

NEM, nincs ilyen T, mert C és O rendszertulajdonság, haiba transzformálgatom, nem változik.

1. oldal

3. ekvivalens feladatság:



2) Adjuk meg az alábbi p-ek a) modellnek
 $H(s) = ?$

$$H(s) = C(sI - A)^{-1} \cdot B$$

$$H(s) = C(sI - A)^{-1} \cdot B =$$

$$= [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \frac{0}{s(s-10)} \\ \frac{8(s-10)}{(s+2)(s-10)} \\ 80 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{(1)(1)(1)} = 0$$

A rendszernek nincs dinamikája.
 $u(t)$ csak x_2 -re hat.

Ha $C = [0 \ 1 \ 0]$ modellt
 kézzel, akkor:

$$H(s) = \frac{1}{s-5}$$

Lesz majd, de előbb:

$$\frac{(s+2)(s-10)}{(s+2)(s-5)(s-10)}$$

$$(sI - A)^{-1} :$$

$$\begin{bmatrix} s+2 & 0 & -1 \\ -8 & s-5 & 0 \\ 0 & 0 & s-10 \end{bmatrix} = \frac{1}{(s+2)(s-5)(s-10)}$$

Adj.
 Számolás

Itt lehet trükközni, mivel $(sI - A)^{-1}$ be lesz szorozva a $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, és $[A \ 0 \ 0]$ vektorokkal, ezért

tulajdonképpen elég lenne az $\text{Adj} \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ elemét kiszámolni.

Nem baj, ezért számoljuk ki...

$$\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & s-10 \end{bmatrix}^T = \dots$$

$$= \frac{1}{(s+2)(s-5)(s-10)} \begin{bmatrix} (s-5)(s-10) & 0 & s-5 \\ 8(s-10) & (s+2)(s-10) & 8 \\ 0 & 0 & (s+2)(s-5) \end{bmatrix}$$

Va ez is megvolt...

Egyenértékű, az kind of előrelátható volt abból, hogy $\phi \in \frac{1}{s-5}$ ← elsőrendű az alábbi p, tehát elsőrendű modell lesz

minimális hozzá.

$$\begin{cases} \dot{x} = [5]x + [1]u \\ y = [1]x \end{cases} \text{ ATM}$$

$$\text{Ell: } C(sI - A)^{-1}B = [1][s-5]^{-1}[1] = \frac{1}{s-5}$$