# Valszám konzi

**1.** 2 fehér, 2 piros, 2 kék golyó
2 golyót választunk egyszerre
A: { 2 golyó azonos színű }
B: { mindkettő piros }
C: { legalább az egyik fehér vagy piros }

$$P(A) = \frac{3}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{\frac{6\cdot 5}{1\cdot 2}} = \frac{3}{15}$$

$$P(B) = \frac{1}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$$

$P(C) = \frac{14}{15}$, mivel csak a két kék nem jó megoldás

$$P(B|A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{15}} = \frac{1}{3}$$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0}{1-\frac{3}{15}} = 0$$

$$P(B|C) = \frac{P(B\cap C)}{P(C)} = \frac{P(B)}{P(C)} = \frac{1/15}{14/15} = 1/14.$$

$$P(A|C) = \frac{P(A\cap C)}{P(C)} = \frac{2/15}{14/15} = 1/7$$

$$P(C|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = 1$$

**2.** Kereknyilmek 70%-ában szerepel gyerek, 40%-ában autó, 20%-ában mindkettő.
A: { van benne gyerek }
B: { van benne autó }

$$P(B\cap\bar{A}) = P(B) - P(B\cap A) = \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \underline{\frac{2}{10}}$$

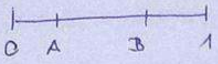
$$P(\bar{B}\cap\bar{A}) = 1 - P(A\cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A\cap B)] = 1 - [0{,}7 + 0{,}4 - 0{,}2] = \underline{0{,}1}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}7} = \frac{2}{7}$$

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}1}{0{,}6} = \frac{1}{6}$$

3. egyenletes eloszlás

egységnyi hosszú szakaszt 3 részre osztunk. mekkora a valószínűsége, hogy tudunk belőlük 3szöget szerkeszteni? (ha bármelyik 2 összege ≥ mint a 3.)




$OA = x$

$OB = y$

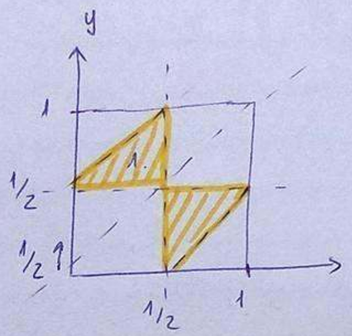
$x \neq y$

1. ha $x < y$ : $x,\ y-x,\ 1-y$

$y-x < x+1-y \qquad y < \frac{1}{2} + x$

$1-y < x+y-x \qquad y > \frac{1}{2}$

$x < y-x+1-y \qquad x < \frac{1}{2}$




2. ha $y < x$ : $y,\ x-y,\ 1-x$

$y < \frac{1}{2}$

$x > \frac{1}{2}$

$x < \frac{1}{2} + y$

A kedvező négyszög területe $\frac{1}{4}$, a teljes 1: $P = \frac{1/4}{1} = \underline{1/4}$

4. ! eloszlás és valószínűség

2 kockával dobunk

Mi a számok összegének eloszlásának várható értéke?

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

$X := \{\text{dobások összege}\}$

$P(X=2) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 1/36$

$P(X=3) = \frac{2}{36} \qquad P(X=7) = 6/36$

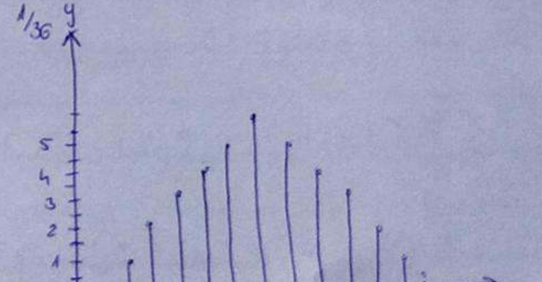
$P(X=4) = \frac{3}{36} \qquad P(X=8) = 5/36$

$P(X=5) = 4/36 \qquad P(X=9) = 4/36$

$P(X=6) = 5/36 \qquad P(X=10) = 3/36$

$P(X=11) = 2/36$

$P(X=12) = 1/36$




$$M = \sum x_i P_i = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot 2/36 + 4 \cdot 3/36 + 5 \cdot 4/36 + 6 \cdot 5/36 + 7 \cdot 6/36 + 8 \cdot 5/36 +$$

$$9 \cdot 4/36 + 10 \cdot 3/36 + 11 \cdot 2/36 + 12 \cdot 1/36 = \frac{252}{36}$$

5. Egy urnában van 3 piros, 5 fehér és 6 zöld golyó.
1.-re pirosat, 2.-ra fehéret, 3.-ra zöldet húzunk.

Visszatevéses:

$$\frac{3}{14} ; \frac{5}{14} ; \frac{6}{14} \qquad P = \frac{3}{14} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{6}{14} = \frac{90}{14^3}$$

Visszatevés nélkül:

$$P = \frac{3}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{6}{12} = \frac{90}{14 \cdot 13 \cdot 12}$$

6. A céggel kötött üzletek 60%-a sikeres
B céggel -||- 70%-a -||-

Mi annak a valószínűsége, hogy az első üzlet sikeres?

$$P(\text{sikeres}) = \frac{1}{2} P(A) + \frac{1}{2} \cdot P(B) = 0{,}3 + 0{,}35 = 0{,}65.$$

Mindkét üzletkötés javunkra válik?

$$P(2 \text{ sikeres}) = 0{,}5 \cdot 0{,}6^2 + 0{,}5 \cdot 0{,}7^2 =$$

Mi annak a valószínűsége, hogy lesz köztük sikeres és sikertelen is?

$$P(\text{sikeres és sikertelen}) = (0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4 + 0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3) \cdot 2$$

7. $P(\text{kocsmában}) = 2/3$

$P(\text{nincs kocsmában}) = 1/3$

5 darab kocsma van

$P(A_{\text{kocsma}}) = 1/5 \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$

$$P(A_5) = \frac{2/3 \cdot 1/5}{2/3 \cdot 1/5 + 1/3 \cdot 1}$$

8. Bináris csatorna jelek:

$P(0) = 1/3$
$P(1) = 2/3$ } küldik

ha 0-t adnak le arra $1/4$ valséggel 1-es érkezik
ha 1-est küldenek, $1/5$ a valsége hogy 0 érkezik

$$P(\overset{K}{0} | \overset{É}{0}) = \frac{P(0_É | 0_K) \cdot P(0_É)}{}$$

$$= \frac{1/3 \cdot 3/4}{1/3 \cdot 3/4 + 2/3 \cdot 1/5}$$

Mi a valószínűsége, hogy 1-est kapunk

$$P(1) = 2/3 \cdot 4/5 + 1/3 \cdot 1/4$$

9.

$A = \{$ dobunk $\Sigma$ 7 $\}$

$B = \{$ legalább 1 db 6-os $\}$

$C = \{$ mindkettő páratlan $\}$

$D = \{$ mindkettő különböző $\}$

$E = \{$ zöld kockával 4-est dobunk $\}$

df. $P(A) \cdot P(C) = P(A \cap B)$ := független
$6/36$ $\neq 0$ $0$
A és C nem független, ez nem teljesül

$P(A) = 6/36 \cdot P(C) = 9/36 \neq 0 \Rightarrow$ nem független, egymást kizáró események.

$P(B|A) = 2/6 = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

10. Hány szem mazsolának kell lennie egy sütiben ahhoz, hogy 99%-ban legyen egy sütiben mazsola?

Poisson-eloszlás:

$x: \{$ mazsolák száma $\}$

$P(x \geq 1) = 0{,}99 = 1 - P(x=0)$

$0{,}99 = 1 - \frac{\lambda^0}{0!} e^{-\lambda}$

$\frac{1}{e^\lambda} = 0{,}01$

$100 = e^\lambda$

$\ln(100) = \lambda$

$\lambda = 4{,}6$