6. GYAKORLAT

2016. X. 17.

Val. szám

Két kockával dobunk.

Legyen ξ a várható értékek különbsége.

$\xi = \{ \text{ért. kül.} \}$

$\boxed{x^2 p_i}$

$\xi = 0$ $\qquad P(\xi = 0) = \frac{6}{36}$ $\qquad$ ugyanazt dobjuk kétszer $\qquad 0 \cdot \frac{6}{36} +$

$\xi = 1$ $\qquad P(\xi = 1) = \frac{10}{36}$ $\qquad + 1^2 \cdot \frac{10}{36} + 2^2 \cdot \frac{8}{36}$

$\xi = 2$ $\qquad P(\xi = 2) = \frac{8}{36}$ $\qquad + 3^2 \cdot \frac{6}{36} +$

$\xi = 3$ $\qquad P(\xi = 3) = \frac{6}{36}$ $\qquad + 4^2 \cdot \frac{4}{36} +$

$\xi = 4$ $\qquad P(\xi = 4) = \frac{4}{36}$ $\qquad + 5^2 \cdot \frac{2}{36}$

$\xi = 5$ $\qquad P(\xi = 5) = \frac{2}{36}$

MÁSIK ESET:

$\xi = -1$ $\qquad \frac{5}{36}$

$\xi = 0$ $\qquad \frac{6}{36}$

$\xi = 1$ $\qquad \frac{5}{36}$

$\xi = 2$ $\qquad$ —

$\xi = -2$ $\qquad \frac{4}{36}$

$\xi = 3$ $\qquad \frac{4}{36}$

$\xi = -3$ $\qquad \frac{3}{36}$

$\xi = -5$ és 5 $\qquad \frac{1}{36}$ $\qquad \xi = 4$ és -4 $= \frac{2}{36}$

	1	2	3	4	5	6
1		1	2	3	4	5
2	1		1	2	3	4
3	2	1		1	2	3
4	3	2	1		1	2
5	4	3	2	1		1
6	5	4	3	2	1	

VÁRHATÓ ÉRTÉK:

$$E(\xi) = M(\xi) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, p_i$$

$$E_1(\xi_1) = M_1(\xi) = \frac{70}{36} = \frac{35}{18} = 1,94$$

$$E_2(\xi) = M_2(\xi) = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} D(\xi) &= \sqrt{E(x^2) - E^2(x)} \\ E(x^2) &= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot p_i \end{aligned}}$$

SZÓRÁS

$= 5,83$

$$D_1(\xi) = \sqrt{5,83 - 1,94^2} = \boxed{1,43}$$

$$D_2(\xi) = \sqrt{5,83 - 0^2} = \boxed{2,41}$$

BINOMIÁLIS ELOSZLÁS

Érme n dobás

fej: 0,7

írás: 0,3

$$\xi = \{\text{hányszor dobunk fejet}\}$$

$n = 5$

$$P(\xi = 0) = 0,3^5 = 0,0024$$

$$P(\xi = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,7^1 \cdot 0,3^4 = 0,0283$$

$$P(\xi = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^3 = 0,1323$$

$$P(\xi = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^2 = 0,3087$$

$$P(\xi=4)=\binom{5}{4}\cdot 0{,}7^4\cdot 0{,}3^1 = 0{,}36$$

$$P(\xi=5)= 0{,}7^5 = 0{,}168$$

n ált. $P(\xi=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$

VÁRHATÓ ÉRTÉK:

$$E(\xi)=n\cdot p = 5\cdot 0{,}7 = 3{,}5$$

Fej dobás valószínűség
5 dobásból

Szórás (binomiális eloszlásnál):

$$D(\xi)=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)} = \sqrt{5\cdot 0{,}7\cdot 0{,}3}$$

---

3 piros 5 kék golyó

visszatevés nélkül 4 db-ot húzunk.

ξ = {húzott pirosak száma}

Mi az eloszlása, várható értéke, és szórása a piros golyóknak?

ξ = {pirosak száma} HIPERGEOMETRIAI ELOSZLÁS

$$P(\xi=0)=\frac{\binom{5}{4}}{\binom{8}{4}}$$

$$P(\xi=1)=\frac{\binom{3}{1}\binom{5}{3}}{\binom{8}{4}}$$

$$P(\xi=2)=\frac{\binom{3}{2}\binom{5}{2}}{\binom{8}{4}}$$

$$P(\xi=3)=\frac{\binom{3}{3}\binom{5}{1}}{\binom{8}{4}}$$

$P(\xi = 4) = 0$ Lehetetlen esemény!

Várható érték:

$$E(\xi) = n \cdot \frac{K}{N}$$

Meggyfát kukac támadja meg.

Sok a termés.

Egy kosár meggyben 0,37 → nincs kukacos szem.

Mi a valség, h 1 kosárban 2 kukacos szemet találunk?

$\frac{1}{e} \approx 0,37$ (← 1 kosárban lesz 0 kukacos szemek)

$\xi = \{$hány kukacos szem 1 kosárban$\}$

POISSON ELOSZLÁS
(sokan vannak az összeshez képest!!!)

Tudjuk:

$$P(\xi = 0) = 0,37 = \frac{\lambda^0}{\underbrace{0!}_{=1}} \cdot e^{-\lambda} = 1 \cdot e^{-\lambda}$$

$$\Downarrow$$

$$\lambda = -\ln \frac{1}{e} =$$

$$= -\ln e^{-1} = 1$$

λ: VÁRHATÓ ÉRTÉK
Azt várom, h a kosár meggyben 1 kukacos szem lesz.

$$P(\xi = 2) = \frac{1^2}{2!} e^{-2} = 0,185$$

Mi annak a valószínűsége, hogy ~~legalább~~ legalább kettő kukacos szemet fogunk találni?

VÉGTELEN SOR

$$P(\xi \geq 2) = 1 - \underbrace{P(\xi=0)}_{0,37} - \underbrace{P(\xi=1)}_{0,37}$$

$$= 1 - (2 \cdot 0,37) =$$

Átlagosan hány kukacos szemet találok

1 kosár meggyben : 1-et

2 kosárban : 2-t

100 kosárban : 100-at

("fél kosárban fél kukac" → várható érték)

Újságban sajtóhibák száma

0,3 %-a hibátlan (az újságoknak)

$\xi = \{$helyesírási hibák száma$\}$

Hány a sajtóhibák számának várható értéke?

POISSON ELOSZLÁS (mert nagyon sok a karakter)

Tudjuk:

$$P(\xi=0) = 0,003 = \frac{\lambda^0}{0!} \cdot e^{-\lambda} \Rightarrow \lambda = -\ln 0,003$$

$$\lambda = 5,81$$

Mi a valószínűsége, hogy 6 sajtóhiba van

$P(\xi=6)$ ...

Az első felében nincs hiba, mi a valószínűsége, hogy a második felében van?

2. fele független az első feletől!

$$\lambda_{1/2} = 2,9$$

$P(\xi \geq 1) = 1 - P(\xi = 0) =$

$$= 1 - \frac{\lambda_{11/2}^{0}}{0!} \cdot e^{-\lambda_{11/2}}$$

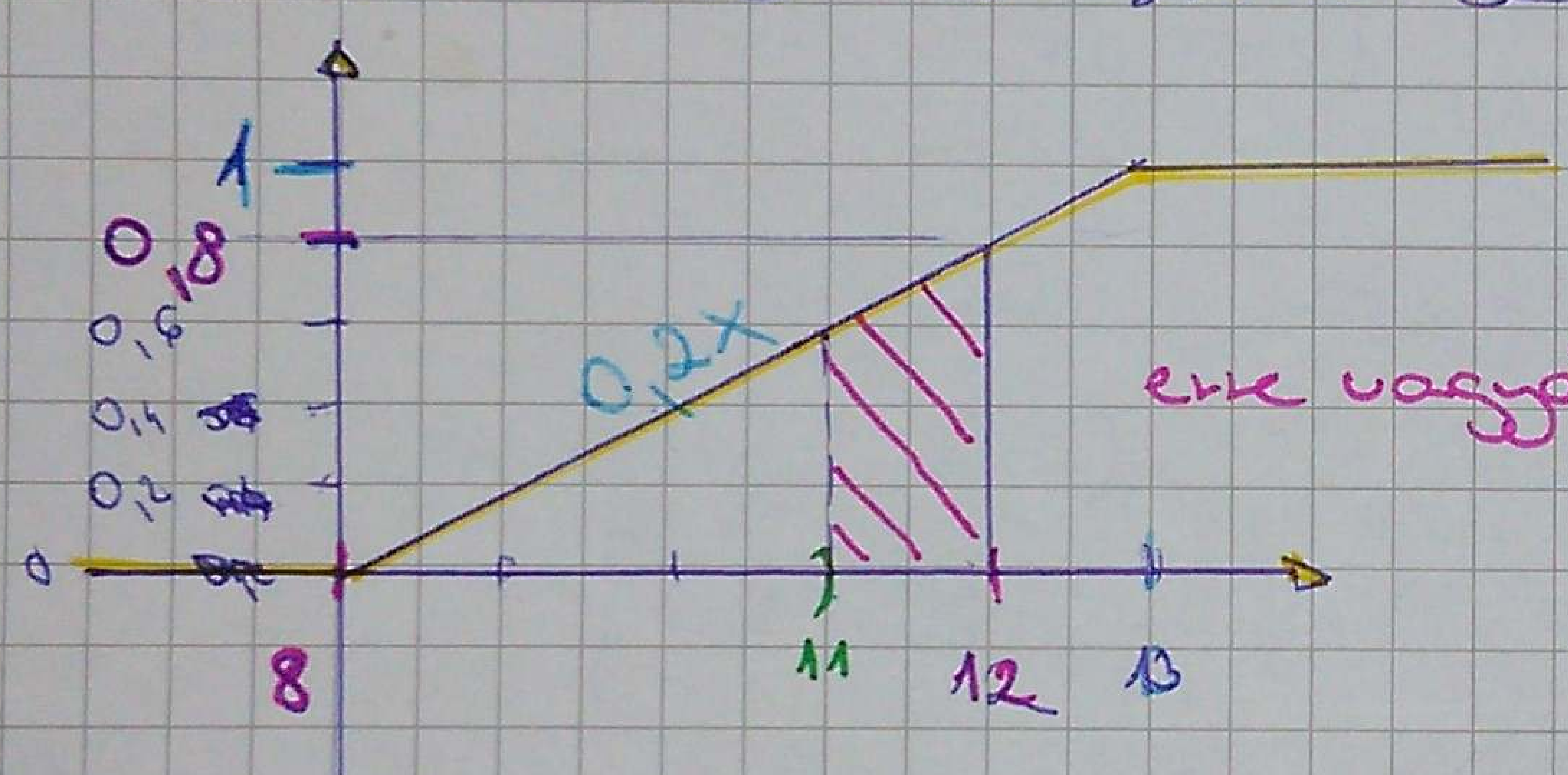
Annak a valószínűsége, hogy a szállítmány megérkezik 8 – 12 között 0,8

és a szállítmány 11-ig nem érkezik meg

mi a valószínűsége, hogy 11 és 12 között megérkezik?

EGYENLETES ELOSZLÁS SZERINT ÉRKEZIK!!!

$11 < x < 12$



erre vagyok kíváncsi!

13-ig MEG FOG ÉRKEZNI!

ξ a megérkezés időpontja

FELTÉTELES VALÓSZ.

Feltétel:

$$P(11 < \xi < 12 \mid \xi > 11) = \frac{P(11 < \xi < 12)}{P(\xi > 11)} =$$

$$= \frac{P(11 < \xi < 12)}{1 - P(\xi < 11)} =$$

$$= \frac{F(12) - F(11)}{1 - F(11)} =$$

$$= \frac{4 \cdot 0{,}2 + 3 \cdot 0{,}2}{1 - (3 \cdot 0{,}2)} = \frac{0{,}2}{0{,}4}$$

$F(x) = P(\xi < x)$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 0{,}2x & 0 < x \leq 5 \\ 1 & 5 < x \end{cases}$$