	5. GYAKORLAT	2016. X. 10.

Boldog 41. hetet!

Val. szám.

Geometriai közelíthető Poisson-nal akkor ha

n nagy és p kicsi! $M = \overbrace{n \cdot p}^{\text{állandó}} = \lambda \Rightarrow p = \frac{\lambda}{n}$

$$\boxed{P_k^n = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}} =$$

$$= \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \cdot p \cdot (1-p)^{n-k} =$$

$$= \frac{n \cdot (n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!} \cdot \frac{\lambda^k}{n^k} \cdot$$

CSERE

$$\cdot \overbrace{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n}^{e^{-\lambda}} \cdot \overbrace{\left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-k}}^{1} =$$

$$= \frac{n}{n} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-2}{n} \cdot \ldots \cdot \frac{n-k+1}{n} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\underbrace{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{n}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{k-1}{n}\right)}_{1}$$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}}$$ ~~tt~~ tart a Poisson eloszláshoz

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a$$

FELADAT:

Betegség gyakorisága 5 ezred

mi a valószínűség, h 2 beteg van az ~~5000~~ 1000 fős faluban?

várható érték: $\lambda = M = 1000 \cdot 0{,}005 = 5$

$$P(x=2) = \frac{5^2}{2!} e^{-5} = \underline{0{,}08422} \quad \text{POISSON}$$

$$P(x=2) = \binom{1000}{2} \cdot 0{,}005^2 \cdot 0{,}995^{998} = \underline{0{,}08392}$$

BINOMIÁLIS

Ha nagy az n ---> könnyebb poissont számolni!

Geometriai eloszlás: (hányadikra történik meg először)

$$X_i = \{ i.\ \text{dobom az első 5-öst} \}$$

mi az eloszlása?

$P(x=0) = 0$

$P(x=1) = \frac{1}{6}$ elsőre 5-öst dobok

$P(x=2) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6}$

$P(x=3) =$ harmadikra dobom az első 5-öst

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$$

$$P(x = 129) = \left(\frac{5}{6}\right)^{128} \cdot \frac{1}{6}$$

FELADAT:

Szabálytalan érme:

$\boxed{0,4 : \text{fej}}$

Mi a valószínűsége annak, hogy többször egymás után dobva az érmét páros dobást követően ~~dobás után~~ lesz először a ~~fej~~ az eredmény.
↳ PÁRATLANADIK

$1 + 0,6^2 \ldots$

$$P(x = \text{páratlan}) = 0,4 + 0,6^2 \cdot 0,4 + 0,6^4 \cdot 0,4 + 0,6^6 \cdot 0,4 + \ldots =$$

$q = 0,6^2 = 0,36$

$$= 0,4 \cdot \frac{1}{1-q} = \frac{0,4}{0,64} = \frac{40}{64} = \underline{\underline{0,625}}$$

FELADAT:

Öröklődő betegség

A beteg nők 97% hordozza az egészséges allélt

anya: beteg — Aa, AA — beteg recesszív allél

apa: egészséges — aa

Teljes eseményrendszer: anya Aa, AA

allél génváltozó

Teljes eseményrendszer: F_1 {anya AA}

F_2 {anya Aa}

$P(F_1) = 0,03$ homozigóta

$P(F_2) = 0,97$ heterozigóta

$P(\text{beteg gyerek}) = P(E|F_1)\,P(F_1) + P(E|F_2)\,P(F_2)$

$P(\text{beteg a gyerek feltéve } F_1) = 1$ biztos beteg a gyerek

P (beteg gyerek) =

$$P(E|F_1) \cdot P(F_1) + P(E|F_2)\, P(F_2) =$$
$$1 \cdot 0{,}03 + \frac{1}{2}\, 0{,}97 = \boxed{0{,}5}$$

---

kék egyforma aa, AA

e) i: a valószínűsége, h anya homozigóta ---> ha beteg gyermekük született. → olyan betegséggel rendelkezett

beteg gyerek

$$P(AA|E) = P(F_1|E) = \text{BAYES-TÉTEL}$$

$$P(F_1|E) = \frac{P(E|F_1)\, P(F_1)^{0{,}03}}{\underbrace{P(E|F_1) \cdot P(F_1) + P(E|F_2) \cdot P F_2}_{0{,}515}} =$$

$$= \boxed{0{,}058}$$

FELADAT gyár, futószalag → leáll → ha a termék selejtes

a termékek 2%-a selejtes

mi az eloszlása annak a val. változónak ami azt számolja

a, hányszor áll le a szalag az n-dik termékig

$P_s = 0{,}02$ & leállás

$P_{jó} = 0{,}98$ n termék

(2)

a, Binomiális eloszlás:

$$P(x=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$k = 0, 1, \dots n$

b, Hány terméket gyártott a gép az n. leállásig?

k	termék
n	leállás

NEGATÍV BINOMIÁLIS

$P(x=k) =$

- n. leállásig volt ~~nb~~ n db hibás
- terméküñk $\to p^n$
- $k-n$ nem hibás

$$P(x=k) = \binom{k}{n-1} p^n (1-p)^{k-n}$$

c, ~~2 k~~ Hány terméket szállított két leállás között?

x = { k terméket szállított 2 leállás között }

VAL. VÁLTOZÓT MONDJA MÁSNAK

$$P(x=k) = (1-p)^{k-1} \cdot p^1$$

GEOMETRIAI ELOSZLÁST

$k-1$ jót szállított

$k = 1, 2, \dots n$

d, hány kellés történt egymás után, h egy jó termék sem keletkezett?

$X = \{$ hány kellős történt egymás után $\}$

$0{,}02^k \cdot 0{,}98$ GEOMETRIAI

k rossz jött

a jött utána egy jó ↺

FELADAT:

400 hallgató

0,6 jön órára

200 szék

Mindenkinek jut szék? → Mi a valség?

$X = \{$ hányan vannak bent az órán $\}$

↑ val. változó

BINOMIÁLIS v. POISSON

n nagy!!! közelíthetünk POISSONNAL

$P(X \leq 200) =$

Mindenki bemegy: $0{,}6^{400}$ (kicsi, de nagyobb mint 0)

Hány szék kell, h legalább 0,999 valséggel jusson mindenkinek szék?

összeg legyen nagyobb 0,99

$P(X=1) + P(X=2) + \dots$

EGYENLETES ELOSZLÁS

FELADAT:

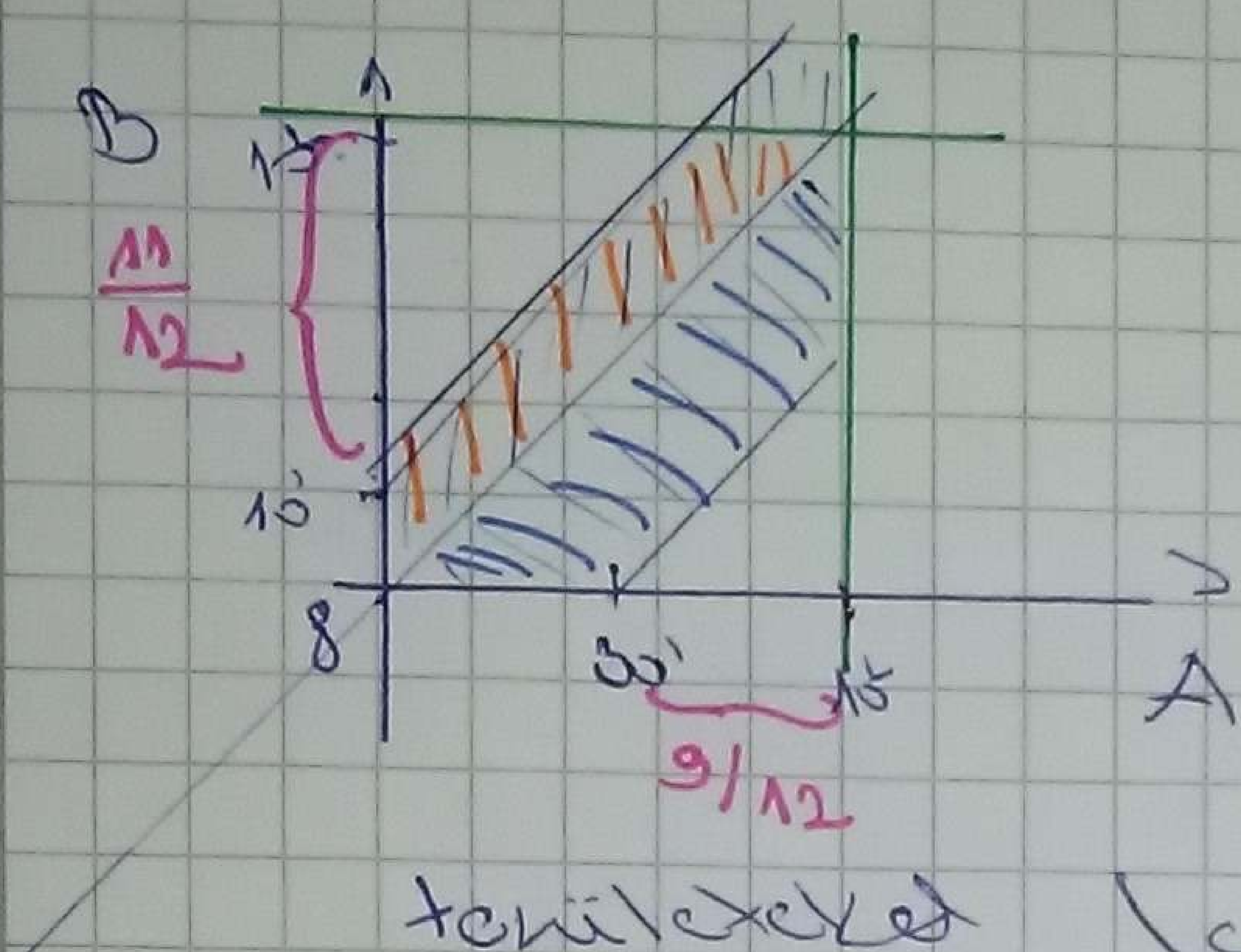
8–10 találkozó

Anna & Béla találkoznak

Anna 10' vár

Béla 30' vár

Egyenletes eloszlás szerint érkeznek



bármelyik ponton való érkezésnek egyforma a valószínűsége

területeket (egyenesek, térfogatok) összehasonlítása?

levonom a két egyenlő szárú Δ-et

$$\frac{P_B}{P_ö} = \frac{T_{\triangle} + T_{\triangle}}{T_{\square}} =$$

$$= \frac{1 - \frac{\left(\frac{11}{12}\right)^2}{2} - \frac{\left(\frac{9}{12}\right)^2}{2}}{1} = 0{,}29$$