4. GYAKORLAT

2016. X.03.

[1] Vándorlás Odisszeusz – Athén, M → minden 2. alkalommal hazudnak; Sparta → mindig igaz

	I	H	
A	$\frac{1}{3}$	$2/3$	B_1
M	$1/2$	$1/2$	B_2
S	1	0	B_3

Odisszeusz: feldob egy kockát merre menjen

$2 \times 2 = \boxed{4}$ mi a valószínűsége h. o. Athénba jutott?

Igaz válaszát kapott!

Egyenlő esélyt adott mind 3 útnak!

BAYES-TÉTEL:

$$P(B_k \mid E) = \frac{P(E \mid B_k)\, P(B_k)}{\sum_{k=1}^{n} P(E \mid B_k) \cdot P(B_k)}$$ ← E valószínűségével kellene osztani

$$P(B_1 \mid I) = \frac{P(I \mid B_1) \cdot P(B_1)}{P(I \mid B_1) P(B) + P(I \mid B_2) P(B_2) + P(I \mid B_3) (PB_3)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{2+3+6}{18}} =$$

$$= \frac{1}{\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{18}^{2}}{11} = \boxed{\frac{2}{11}}$$ a val. sége, h Athénban van. $\boxed{1}$

(2.) U. a. férfi mint nő lakik egy városban
minden 100 f. közül 5 → szintev.
minde 10.000 n. közül 25 → szintés

A színtévesztő lakosok közül ↑ találomra kiválasztunk egyet. Mi a valószínűsége h férfi.

	F	N
SZ.	$\frac{5}{100} \cdot n$	$\frac{25}{10.000} \cdot n$
Egész.		
	n	n

n db férfi
n db nő

darab számokat írtunk
(Kontignencia táblázat)

feltétel színtévesztő akkor férfi
FELTÉTELES VAL.S.

$$P(F|SZ) = \frac{P(SZ|F)\ P(F)}{P(SZ|F)\ P(F) + P(SZ|N) \cdot P(N)} =$$

$$= \frac{\frac{5}{100} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{5}{100} \cdot \frac{1}{2} + \frac{25}{10.000} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{5}{200}}{\frac{5}{200} + \frac{25}{20.000}} =$$

$$= \boxed{0{,}95}$$

80 beteg gyógyszer

50 kísérleti gyógyszer → 30 javul

30 placebo → 5 javul

javul az állapot

	GY	P
Javul	30	5
Nem javul	20	25
	50	30

Véletlenszerűen kiv. beteg nem jav.

⇒ hat.anyag nélküli kezelést kapott

$\bar{J}|P$

$$P(P\mid\bar{J}) = \frac{\frac{25}{30}\cdot\frac{30}{80}}{\frac{25}{30}\cdot\frac{30}{80}+\frac{20}{50}\cdot\frac{50}{80}} = \frac{5}{9} = \ldots$$

$$= \frac{P(\bar{J}\mid P)\cdot P(P)}{P(\bar{J}\mid P)\cdot P(P) + P(\bar{J}\mid GY)\cdot P(GY)}$$

SZO

BINOMIÁLIS ELOSZLÁS:

2 kimenetes (f.v.i)

p — $1-p$

n kísérletből pontosan k-szor történik meg

$$\boxed{P(x=k)=\binom{n}{k}p^k\cdot(1-p)^{n-k}}$$

eseményen valószínűség p

k-szor történik meg

8-szor dobunk dobókockával

egyszer sem dobunk ... 6-ost

egyszer ...

kétszer ...

5-öt dobunk

x: 6-os dobások száma

$p=\frac{1}{6}$

$1-p=\frac{5}{6}$

$$P(x=0)=\left(\frac{5}{6}\right)^5 = 0{,}4$$

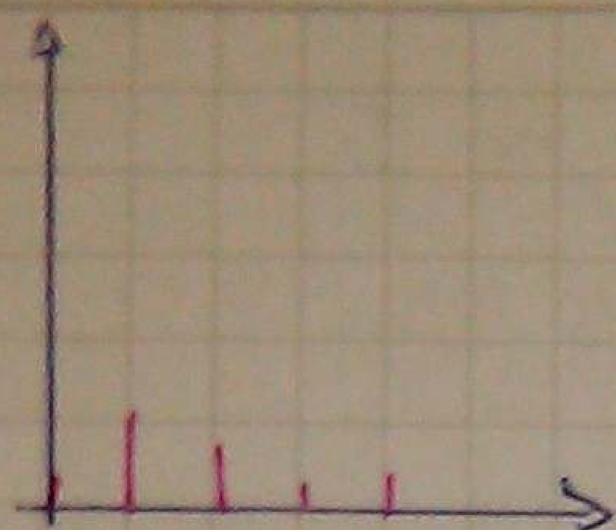
$$P(x=1)=\binom{5}{1}\cancel{\frac{5}{}}\left(\frac{1}{6}\right)^1\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}4$$

$$P(x=2)=\binom{5}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0{,}134$$

$$P(x=3)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^2 = 0{,}032$$

$$P(x=4)=\binom{5}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^1 = 0{,}003$$

$$P(x=5)=\left(\frac{1}{6}\right)^5$$



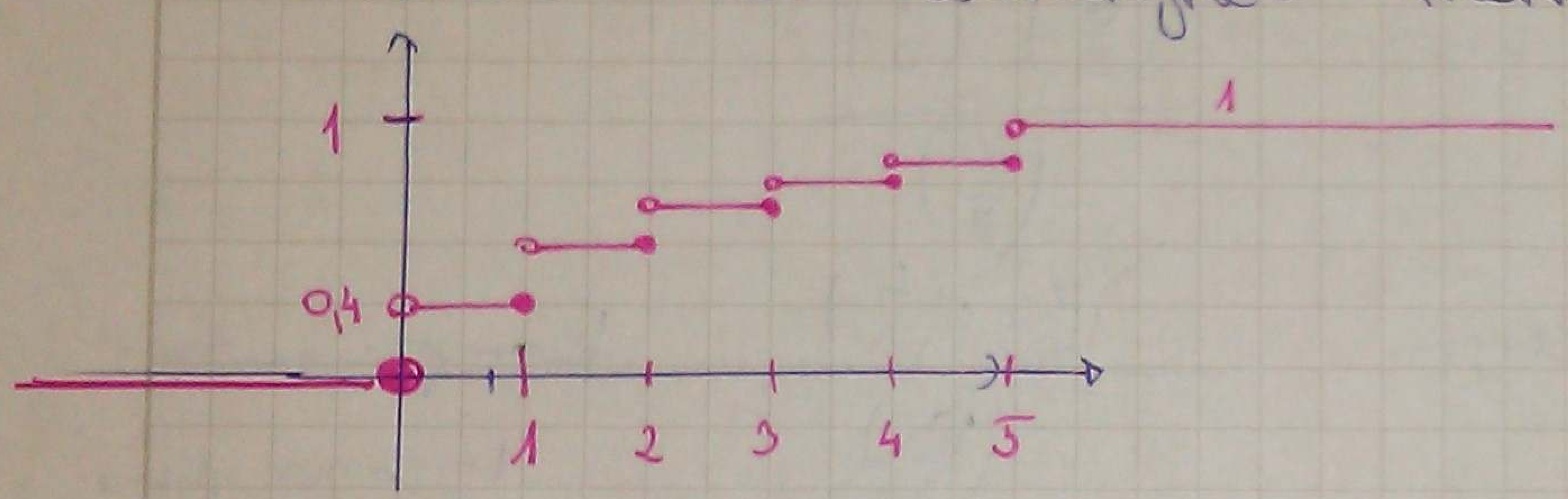
Eloszlás fgv. (0-ból indul 1-ig megy
mon. nő
balról folyt.)

FONTOS!

$$F(x) = P(\xi \boxed{<} x)$$

határok

eloszlás: adott eseménynek mennyi a val.sége



MON. NÖVŐ

5-nél nagyobb számnál biztos esemény

VÁRHATÓ ÉRTÉK BINOMIÁLIS ELO.

$$M = 5 \cdot \frac{1}{6}$$

HIPERGEOMETRIKUS ELOSZLÁS:
visszatevés nélküli mintavétel

piros
kék
N db össz.
k-t kiválasztunk

N: össz.
K: piros össz.
k: pirosat húzunk
n: ennyit húzunk

k piros

$$\frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

VÁRHATÓ ÉRTÉK: $M = n \cdot \frac{K}{N}$

$10 \begin{cases} 6 \text{ piros} \\ 4 \text{ sárga} \end{cases}$

5 húzunk elő

$N = 10$ $\quad n = 5$

$K_p = 6$

$(N-K)_s = 4$

① $3p \quad 2s \leftarrow$ Mi a valsége

$$\frac{\binom{6}{3}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{10}{5}}$$

② Mind az 5 piros $\quad \dfrac{\binom{6}{5}\cdot\binom{4}{0}^{=1}}{\binom{10}{5}}$

③ Legalább 1 sárga $\quad \cancel{\dfrac{\binom{6}{4}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{10}{5}}}$ $\quad$ Komplementer

1 − mind piros

$$1-\frac{\binom{6}{5}}{\binom{10}{5}}$$

④ Kihúzott piros tulipánok számának várható értéke

$$M_p = 5\cdot\frac{6}{10}$$

POISSON ELOSZLÁS:

$M = \lambda$

várható érték

$$P(x=k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

(~~Bükkben bükkmagacd~~)

Betegség eloszlás

gyakoriság = 0,005 →

ezer $\boxed{1000}$ lakosú faluban pontosan 2 beteg lakik

mi a valsége?

$\lambda = \Theta$ várható érték

$$M = 1000 \cdot 0{,}005 = \boxed{5 = \lambda}$$

$$P(x=2) = \boxed{\frac{5^2}{2!} \cdot e^{-5}} = \frac{25}{2} \cdot e^{-5}$$

Pisti nem tanult vizsgára

10 db eldöntendő kérdés

60%-os val.séggel ír jó választ

Milyen val.séggel megy át, ha 8 jó válasz kell a kettesre?

BINOMIÁLIS:

$$P(x \geq 8) = \binom{10}{8} \cdot 0{,}6^8 \cdot 0{,}4^2 + \binom{10}{9} \cdot 0{,}6^9 \cdot 0{,}4^1 + \binom{10}{10} \cdot 0{,}6^{10} \cdot 0{,}4^0$$

Blicc úr. villamossal megy dolg. → nincs jegye, bérlete

0,2 ellenőr felszáll

0,95 elkapja

Mekkora a valség, h szerencsés hete van?
(Egy hétig nem kapják el) → 5 nap

ÖSSZE KELL SZOROZNI
(ha nem száll fel, nem is büntet)

$0{,}2 \cdot 0{,}95$ ← rossz eset

$$(\underbrace{1 - 0{,}2 \cdot 0{,}95}_{0{,}81})^5$$

Mennyi a valség, h. pontosan kétszer kapják el?

~~HIPERGEOMETRIKUS:~~ BINOMIÁLIS

$\binom{5}{2} \cdot 0{,}81^3 \cdot 0{,}19^2$ Elkapás valsége

30 fő → 17 lány, 13 fiú

12 főt csapat kiválaszt. - véletlenszerűen

Mi a valség, h 7 lány

HIPERGEOMETRIKUS:

$$\left(\frac{\text{kedv.}}{\text{össz.}}\right) \quad \frac{\binom{17}{7} \cdot \binom{13}{5}}{\binom{30}{12}}$$