

# t-próbák

2015. december 1., kedd 11:20

Egymintás, kétoldali t-próba:  $\xi_1, \dots, \xi_n \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \mu$  és  $\sigma^2$  nem ismertek

Nullhipotézis:  $H_0: \mu = \mu_0$

Ellenhipotézis:  $H_1: \mu \neq \mu_0$

$$t = t(\xi_1, \dots, \xi_n) = \frac{\bar{\xi}_n - \mu_0}{s_n^* / \sqrt{n}} \quad ; \quad s_n^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)^2}{n-1}}$$

Regresszió  $\varepsilon > 0 - t!$

$$E = [-a, a], \quad K = (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$$

Döntési mechanizmus: ha  $t \in E \Rightarrow$  elfogadjuk  $H_0$ -t

ha  $t \in K \Rightarrow$  elutasítjuk  $H_0$ -t

Hogyan határozzuk meg  $a$ -t?

$\Rightarrow$  Tegy:  $t(\xi_1, \dots, \xi_n)$  domlása  $(n-1)$  szabadsági f. ki Student domlása  $\Rightarrow$  táblázat  
(Ajánlott TK: Monostory: Val. szám és mat. stat.)

$$P(H_0 \text{ igaz} \mid |t| > a) = \varepsilon$$

Táblázatban pl:  $\varepsilon = 0,001, \varepsilon = 0,01, \varepsilon = 0,02, \varepsilon = 0,05, \varepsilon = 0,1$

Szabadsági f. ki:  $1, 2, \dots, (n-1) \Rightarrow n$

$\Rightarrow$  kiolvassuk  $a(\varepsilon, n) - t$  a táblázatból

$$\Rightarrow \text{pl } n=10 \text{ esetén mibe, } \varepsilon=0,05 \left. \vphantom{\begin{matrix} \\ \end{matrix}} \right\} a(0,05, 10) = 2,262$$

$\Rightarrow$  rel. f. ki: 9

$\Rightarrow$  Ha  $|t| > 2,262$ , akkor elutasítjuk  $H_0$ -t, különben elfogadjuk.

Megj: ha  $n \geq 40$ , Student domlása táblázata helyett  $\Phi$  használható

Egymintás, egyoldali t-próba:  $\xi_1, \dots, \xi_n \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \mu, \sigma^2$  ismertek

$H_0: \mu \leq \mu_0$

$H_1: \mu > \mu_0$

$$\left. \begin{matrix} H_0: \mu \leq \mu_0 \\ H_1: \mu > \mu_0 \end{matrix} \right\} \begin{matrix} E = (-\infty, a) \\ K = (a, \infty) \end{matrix} \leftarrow \text{ha } t \text{ nagy, elutasítjuk}$$

$$t(\xi_1, \dots, \xi_n) = \frac{\bar{\xi}_n - \mu_0}{s_n^* / \sqrt{n}}$$

Adott  $n, \varepsilon$  esetén keressük  $a$ -t.

$$P(H_0 \text{ igaz} \mid t > a) = \varepsilon$$

$\Rightarrow$  Student domlása szimmetrikus 0-ra.

$$P(t > a) = \frac{P(|t| > a)}{2} \leftarrow P(|t| > a) = \varepsilon$$

$\Rightarrow$  Recept: Egyoldali t-próbánál a táblázatból a  $2\varepsilon$ -hoz tartozó értéket kell kiolvasni.

Példa:  $n=10, \varepsilon=0,05$

$\Rightarrow$  rel. f. ki: 9

Egyoldali - próba!

$\Rightarrow$  9 rel. f. ki, 0,1 értékes tartozó érték a táblázatból:  $a = a(\varepsilon, n) = 1,833$ .

$\Rightarrow t > 1,833 \Rightarrow$  elutasítjuk

o o

$$\Rightarrow t > 1,833 \Rightarrow \text{elutasítjuk}$$

Kétmintás, kétoldali t-próba:  $\xi_1, \dots, \xi_n$   
 $\eta_1, \dots, \eta_m$

$$\bar{\xi} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} \quad s_n^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2}{n-1}}$$

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_{i=1}^m \eta_i}{m} \quad r_m^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\eta_i - \bar{\eta})^2}{m-1}}$$

$$H_0: E\xi_1 = E\eta_1 \quad \Rightarrow E\xi_1 \text{ és } E\eta_1 \text{ ismeretlen}$$

$$H_1: E\xi_1 \neq E\eta_2 \quad D^2\xi_1 \text{ és } D^2\eta_1 \text{ ismeretlen} \Rightarrow DE \quad D^2\xi_1 = D^2\eta_1$$

$$t(\xi_1, \dots, \xi_n, \eta_1, \dots, \eta_m) = \frac{\bar{\xi}_n - \bar{\eta}_m}{\sqrt{(n-1)s_n^{*2} + (m-1)r_m^{*2}}} = C_{n,m} = \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

$\uparrow$  névelhető a két mintából

$$E = [-a, a]$$

$$K = (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$$

$$t(\xi_1, \dots, \xi_n, \eta_1, \dots, \eta_m) \text{ alapján } H_0 \text{ mellett Student } (n+m-2)$$

$$\Sigma + \text{ns guth} = t.$$

$$P(|t| > a) = P(t \in K) = \Sigma$$

$$\Rightarrow \text{táblázatban az } \Sigma \text{ alapján az } (n+m-2) \text{ sorból kell nézni.}$$

$$P: \left. \begin{array}{l} n=10, m=3, \Sigma=0,01 \\ \text{m.b. ből: 17} \end{array} \right\} c = c(\Sigma, n) = 2,898$$

Kétmintás, egyoldali t-próba:

30 gál + 15 dm (lásd 2H 52a)

$$H_0: E\xi_1 \leq E\eta_1$$

$$H_1: E\xi_1 > E\eta_1$$

$$E = [a, \infty)$$

$$K = (-\infty, a)$$

$$P(t > c) = \Sigma$$

$$P(H > a) = 2\Sigma \leftarrow \text{táblázatból } 2\Sigma \text{ és } (n+m-2) \text{ sorból pontos értéket nézni.}$$

Probléma: mi van, ha  $D^2\xi_1 \neq D^2\eta_1$

$\Rightarrow$  pl. Welch-próbát lehet alkalmazni

$\Rightarrow$  mi most csak ellenőrizték  $D^2\xi_1 \stackrel{?}{=} D^2\eta_1$ -t

F-próba:

$$H_0: D^2\xi_1 = D^2\eta_1$$

$$H_1: D^2\xi_1 \neq D^2\eta_1$$

$$F = F(\xi_1, \dots, \xi_n, \eta_1, \dots, \eta_m) = \frac{(s_n^*)^2}{(r_m^*)^2}$$

$\Rightarrow$  mindig van a kritikus érték  $\xi_1, \dots, \xi_n$ -re, amire  $F > 1$

$$Recept: \Sigma = 0,05$$

Jövedelmek:  $(n-1)(k-1)$  paraméter  $F$  eloszlás  $\rightarrow a = a(\varepsilon, n, m) \rightarrow P(F > a) = \varepsilon$