

11. tétel

Adatszerkezetek és algoritmusok vizsga

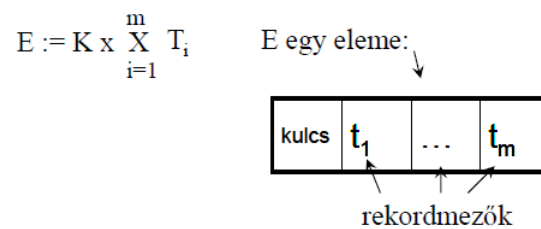
Frissült: 2013. január 28.

Rendezések

Rendezési probléma. Bemenetként adott egy n számot tartalmazó $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ sorozat. Kimenetként ennek egy $(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$ permutációját várjuk, ahol

$$a'_1 \leq a'_2 \leq \dots \leq a'_n$$

Általánosabban megfogalmazva: Legyen K teljesen rendezett halmaz, a kulcsok halmaza. Legyenek T_i -k tetszőleges típusok $i \in [1, m]$



A cél: $S \in E^*$ rendezése. (E^* jelenti az E elemeiből képzett véges hosszú sorozatok halmazát.) Legyen $n = |S|$ azaz S hossza.

S rendezett $\iff$

$$\forall i \in [1, n-1] : S_i.kulcs \leq S_{i+1}.kulcs$$

Előfeltétel: $S = S' \in E^*$

Utófeltétel: S rendezett és $S \in Perm(S')$

Rendezési reláció

Legyen U egy halmaz, és ' $<$ ' egy kétváltozós reláció U -n.

Ha $a, b \in U$ és $a < b$, akkor azt mondjuk, hogy „ a kisebb, mint b ”.

A ' $<$ ' reláció egy rendezés, ha teljesülnek a következők:

1. $a \not< a \quad \forall a \in U$ elemre ($<$ irreflexív);
2. Ha $a, b, c \in U$, $a < b$ és $b < c$, akkor $a < c$ ($<$ tranzitív);
3. Tetszőleges $a \neq b \in U$ elemekre vagy $a < b$, vagy $b < a$ fennáll ($<$ teljes).

Ha ' $<$ ' egy rendezés U -n, akkor az $(U; <)$ párt rendezett halmaznak nevezzük.

Példa:

- Z az egész számok halmaza. A ' $<$ ' rendezés a nagyság szerinti rendezés.
- C a karakterek halmaza, a rendezést a karakterek kódja adja.

Rendezések osztályozása

- Ha $m = 0$ - skalár rendezők
 $m \geq 1$ - rekord rendezők
- Belső rendezők: memóriában + indexelés
Külső rendezők: háttértáron
- Összehasonlításos rendezők - kulcsok értékét hasonlítjuk
Edényrendezők - kulcsok értéke szerint széttrajkuk
- Helyben rendezők - segéd memória konstans
Nem helyben rendezők
- Stabil rendezők - azonos kulcsú rekordok sorrendje nem változik
Nem stabil rendezők
- Előrendezéshez illeszkedő és nem illeszkedő rendezők - kevesebbet dolgozik-e, ha a sorozat előrendezett
- Használt adatszerkezet szerint
 - lineáris adatszerkezet
 - fa
- Módszer szerint: pl. összehasonlításos rendezőknél:
 - max. elemet kiválasztó
 - csererendezők
 - egy elemet helyre vivők
 - összefuttatásos rendezők

Három lassú (négyzetes) rendezés

Buborék rendezés

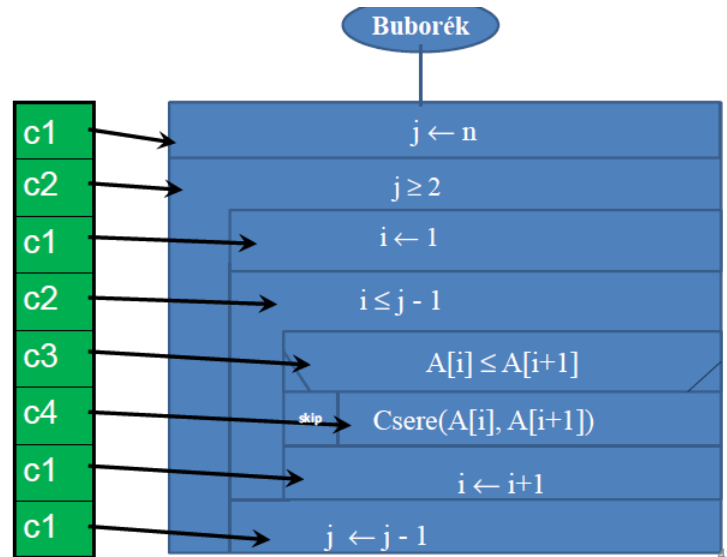
Feladat: Rendezzük az $A[1..n]$ vektort! (A vektor elemtípusa tetszőleges T típus, amire egy teljes rendezés értelmezhető.)

Alapötlet:

Indulunk a vektor elejétől, a teljes vektorig elfutunk és lépésenként, két szomszédos elemet vizsgálunk (aktuális + mellette jobbra lévő), ha azok rossz sorrendben vannak, felcseréljük őket, megyünk tovább, megint megnézzük a sorrendet... egész a végéig megyünk. Utána elkezdjük előlről az egészet, de már

csak az utolsó előtti elemig megyünk, egyel kisebb vektort vizsgálunk.... egészen az első két elemig ismételjük ezt a végigfutást. Mintegy "felbuborékoltatunk".

Egy sorozat akkor és csak akkor rendezett, ha nincs az elemek között inverzió. Ez a rendezés az inverziók csökkentésével rendez.



Műveletigénye:

Ö: összehasonlítások száma, Cs: cserék száma

$$M \text{ Ö}(n) = n * (n - 1) / 2 = \Theta(n^2)$$

$$M \text{ Cs}(n) = n * (n - 1) / 2 = \Theta(n^2)$$

$$A \text{ Cs}(n) = n * (n - 1) / 4 = \Theta(n^2)$$

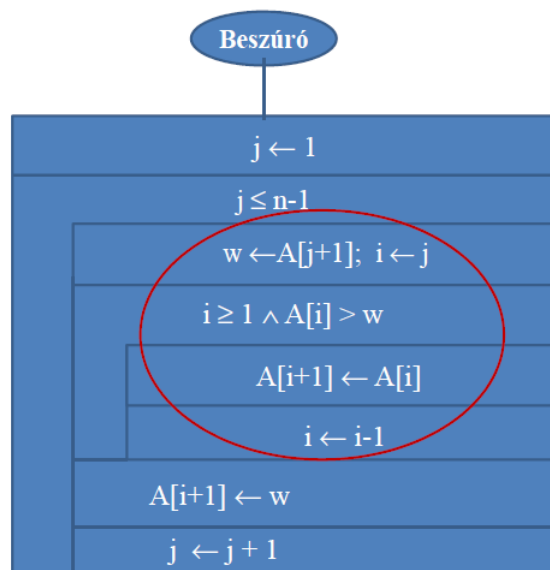
Javított változat: Ha nincs már csere, leáll.

Beszúró rendezés

Egyszerű beillesztéssel egy – egy elemet a helyére viszünk – megkeressük, hogy hová való a már rendezett sorozatban.

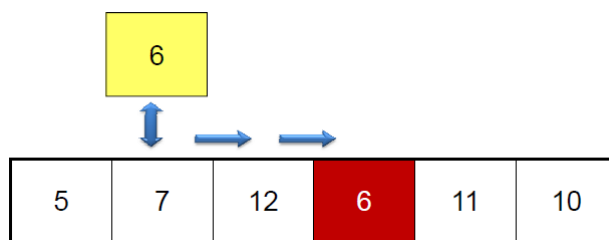
Ha tömbben tároljuk, akkor a mozgatások száma is fontos.

Struktogram:



Műveletigény:

- $M \ddot{O}(n) = n \cdot (n-1) / 2 = \Theta(n^2)$
- $A \ddot{O}(n) \approx M \ddot{O}(n) / 2 = \Theta(n^2)$
- $m \ddot{O}(n) = n - 1$
- M a mozgatás művelete:
- $M M(n) = (n+2) \cdot (n-1) / 2 = \Theta(n^2)$
- $A M(n) = n^2 / 4 = \Theta(n^2)$
- $m M(n) = 2 \cdot (n-1) = \Theta(n)$

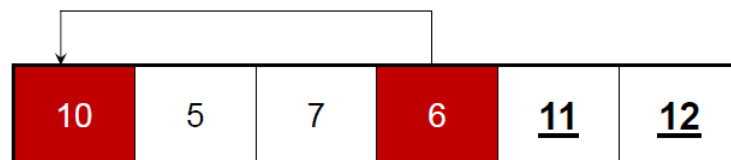


Maximum kiválasztásos rendezés

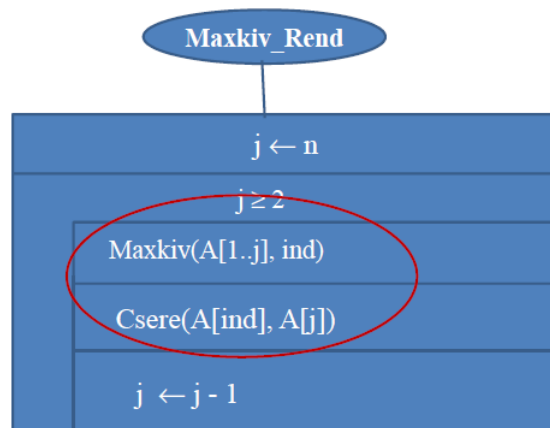
Ötlet: feltételezzük, hogy az $A[1..n]$ tömb jobb szélé $(j + 1..n)$ már rendezve van, minden lépésben kiválasztjuk az $A[1..j]$ résztömb maximális elemét, és kicseréljük a j . helyen lévővel, majd j -t csökkentjük. Kezdetben j értéke n .

max: 10

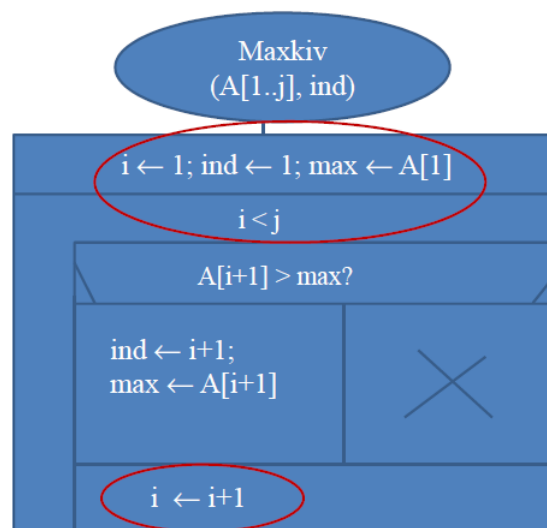
ind: 1



Struktogram:



Belső függvény:



Műveletigény:

$$M \text{ Ö}(n) \geq (n-1) + (n-2) + \dots + 1 = \Theta(n^2)$$

n elem közül a max kiválasztása legalább $n-1$ összehasonlítás