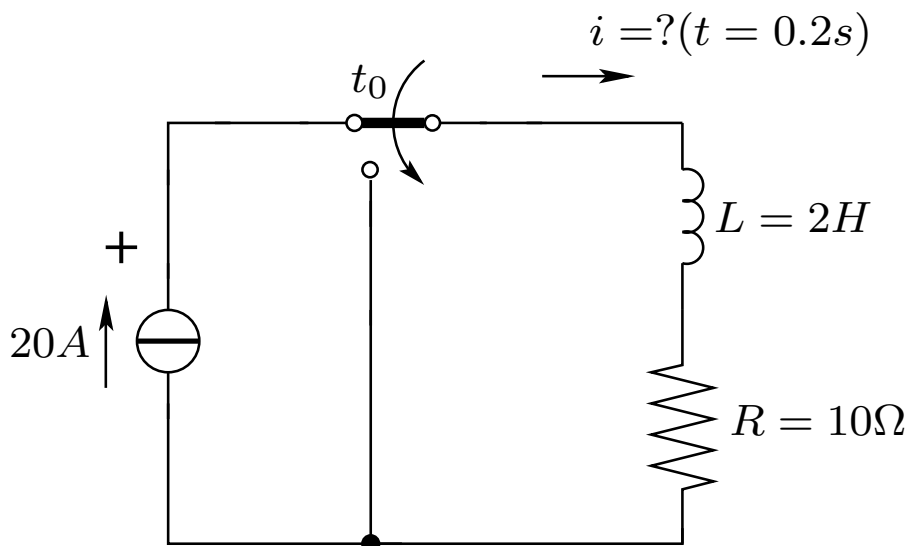


### 1. Feladat

 Elsőrendű, tranziens kiszámítása.

Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol! Határozza meg az  $i(t)$  áramot a  $t = 0, 2$  s időpontban!

(Az áramgenerátor kapcsain a  $t > 0$  időben fellépő szakadás kezelése a feladat lényegi megoldása szempontjából irreleváns, ezért annak tárgyalásától eltekintünk. Hasonló esetekben ugyanígy teszünk a gyakorlat során.)



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. Az átkapcsolás után Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása a hálózatban felvett referenciairányoknak megfelelően (rajz a következő oldalon):

$$\sum v = 0 = -v_L - v_R = -L \frac{di}{dt} - Ri \quad (1)$$

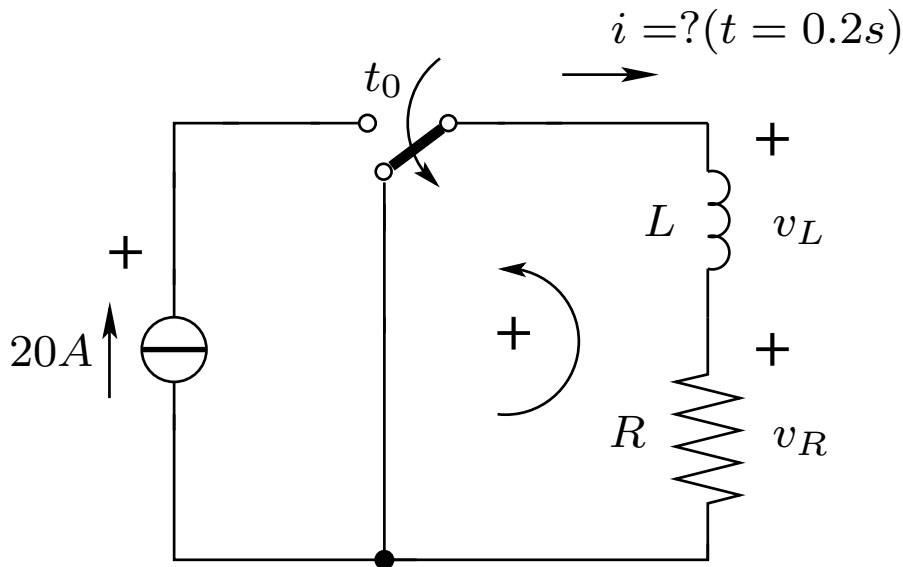
2. Homogén diff. egyenlet felírása:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (2)$$

3. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st} \quad (3)$$

4. Visszahelyettesítve (3) egyenletet a (2) egyenletbe kapjuk, hogy:



$$Ae^{st}(R + sL) = 0 \quad (4)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ . Az  $(R + sL) = 0$  egyenletet megoldva a gyöke:

$$s = -\frac{R}{L} \quad (5)$$

ahol a

$$\tau = \frac{L}{R} \quad (6)$$

neve az időállandó. Vedd észre, a példában bemutatott kapcsolás egy egy időállandós rendszer, ahol egy energiatároló elem van. Ezen az áramkörök matematikai modellje egy elsőrendű lineáris differenciál egyenlet.

5. A hálózat vizsgálatával a hiányzó  $A$  paramétert is meghatározhatjuk.

Mivel az induktivitáson folyó áram az időnek folytonos függvénye, a kapcsoló  $t = 0+$  időpontjában az  $i$  áram:  $i = I_0 = Ae^0 = A = 20$  A.

Így:

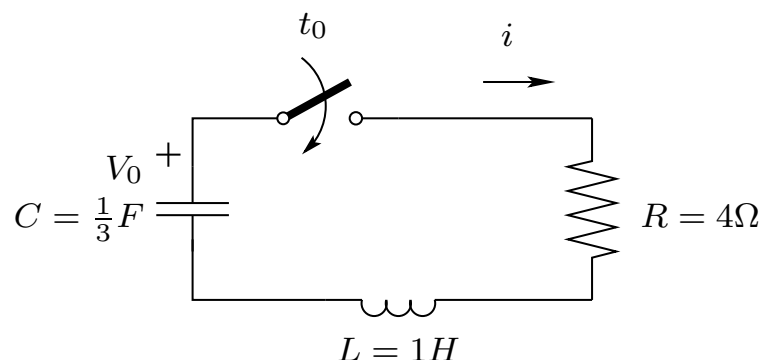
$$i = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = 20e^{-\frac{10}{2}t} = 20e^{-5t} \text{ A} \quad (7)$$

A  $t = 0.2$  s időpontban pedig:

$$i = 20e^{-5 \cdot 0.2} = 20 \cdot 0.368 = 7.36 \text{ A} \quad (8)$$

**2. Feladat** Másodrendű, tranziens kiszámítása, valós gyökök.

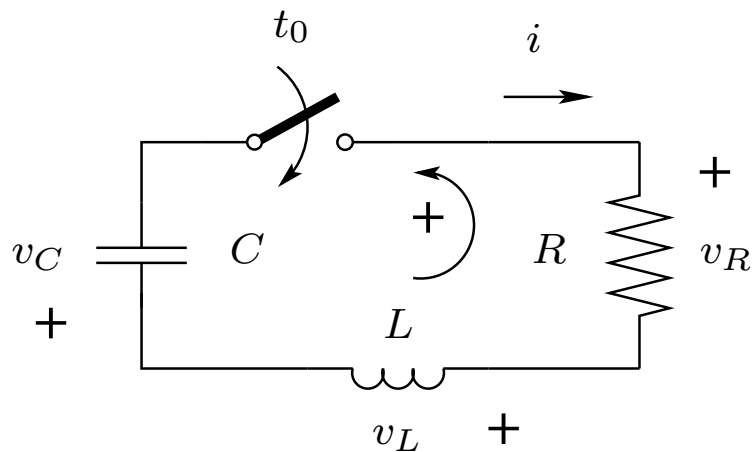
Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol!



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása a hálózatban a felvett referenciáirányoknak megfelelően:



$$\sum v = 0 = -v_L - v_R - v_C + V_0 = -L \frac{di}{dt} - Ri + V_0 - \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau \quad (9)$$

2. Homogén diff. egyenlet felírása, az integrál eltüntetése deriválással:

$$\frac{1}{C} i + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0 \quad (10)$$

3. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st}, \quad \frac{d^2i}{dt^2} = s^2Ae^{st} \quad (11)$$

4. Visszahelyettesítve (11) egyenletet (10) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$Ae^{st} \left( \frac{1}{C} + sR + s^2L \right) = 0 \quad (12)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ . A  $\left(\frac{1}{C} + sR + s^2L\right) = 0$  másodfokú egyenletet megoldva a gyökök:

$$s_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L} \quad (13)$$

vagy,

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (14)$$

Így a két gyök miatt az általános megoldásunk így módosul:

$$i = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t} \quad (15)$$

Behelyettesítve a paramétereket:

$$s_{1,2} = -\frac{4}{2 \cdot 1} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2 \cdot 1}\right)^2 - \frac{1}{1 \cdot \frac{1}{3}}} = -2 \pm 1 \quad (16)$$

A megoldás eddig:

$$i = A_1e^{-t} + A_2e^{-3t} \quad (17)$$

5. A hálózat vizsgálatával a hiányzó  $A_1$  és  $A_2$  paramétereket is meghatározhatjuk.

Mivel  $t = 0+$ ,  $v_C = v_C(0-) = -V_0$  és  $i_L = i_L(0-) = 0$ :

$$i = i_0 = A_1e^0 + A_2e^0 = A_1 + A_2 \quad (18)$$

$$A_1 = -A_2 \quad (19)$$

és  $v_R = 0$  (mert  $i = 0$ ),  $v_L = -v_C = V_0$ , azaz  $L\frac{di}{dt} = V_0$ , azaz  $\frac{di}{dt} = \frac{V_0}{L}$ .

Deriválva az idő szerint (17)-t, majd  $t$ -be 0-át helyettesítve:

$$\frac{di}{dt} = -A_1 e^{-t} - 3A_2 e^{-3t} = -A_1 e^0 - 3A_2 e^0 = -A_1 - 3A_2 = \frac{V_0}{L} \quad (20)$$

Majd behelyettesítve (19)-t:

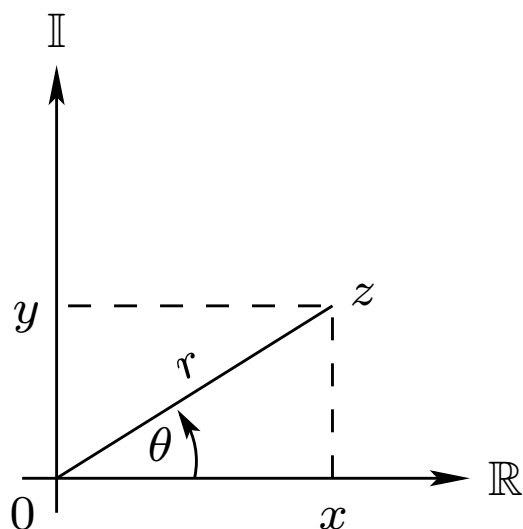
$$-A_1 + 3A_1 = 2A_1 = \frac{V_0}{L} \quad (21)$$

$$A_1 = \frac{V_0}{2L} = \frac{V_0}{2}, A_1 = -A_2 = -\frac{V_0}{2L} \quad (22)$$

Visszahelyettesítve a paramétereket (17)-be a végeredmény valós  $s_{1,2}$  gyökök esetén:

$$i = \frac{V_0}{2} e^{-t} - \frac{V_0}{2} e^{-3t} \quad (23)$$

## Komplex számok ismétlés



$z = x + j \cdot y$  kanonikus (algebrai) alak, ahol  $j = \sqrt{-1}$ ,  $j^2 = -1$ .  $x = \text{Re}\{z\}$  a valós rész,  $y = \text{Im}\{z\}$  a képzetes rész.

$z = |z| \angle(\theta) = r \angle(\theta)$  a polár alak. A polár alak és a kanonikus alak között az összefüggést a következő képletek adják:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \text{ vagy } x = r \cdot \cos \theta, y = r \cdot \sin \theta$$

Így  $z = x + j \cdot y = r \angle(\theta) = r \cdot \cos \theta + j \cdot r \cdot \sin \theta$ . Ebből  $z = r \cdot e^{j\theta}$  az exponenciális alak.

Példa:

$$12 \angle -60^\circ = 12 \cos(-60^\circ) + j \cdot 12 \sin(-60^\circ) = 6 - j10.39$$

Példa:

$$\frac{(2+j5)(8e^{j10})}{2+j4+2\angle-40^\circ} = ?$$

$$2 + j5 = \sqrt{2^2 + 5^2} \angle \left[ \tan^{-1} \left( \frac{5}{2} \right) \right] = 5.385 \angle 68.2^\circ$$

$$(2 + j5)(8e^{j10}) = (5.385 \angle 68.2^\circ)(8 \angle 10^\circ) = 43.08 \angle 78.2^\circ$$

$$2 + j4 + 2 \angle -40^\circ = 2 + j4 + 2 \cos(-40^\circ) + j2 \sin(-40^\circ) = 3.532 + j2.714 = 4.454 \angle 37.54^\circ$$

Ezért:

$$\frac{(2+j5)(8e^{j10})}{2+j4+2\angle-40^\circ} = \frac{43.08 \angle 78.2^\circ}{4.454 \angle 37.54^\circ} = 9.672 \angle 40.66^\circ$$

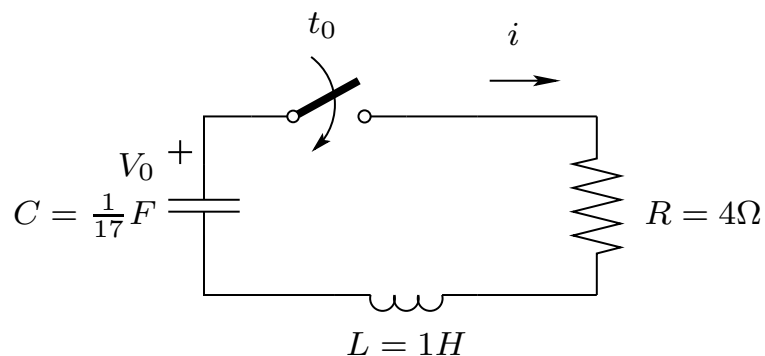
Tihanyi tanár úr javaslata:

Tegyük be a komplex számokra vonatkozó alpműveleteket, különösen az osztást

### 3. Feladat

 Másodrendű, tranziens kiszámítása, komplex gyökök.

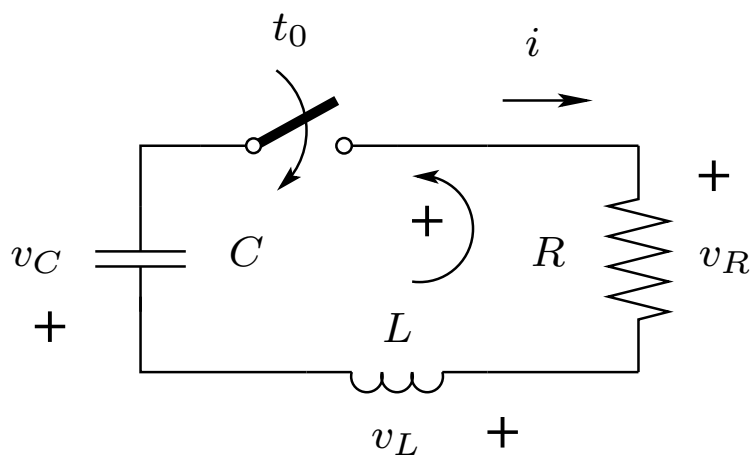
Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol!



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása a hálózatban felvett referenciáirányoknak megfelelően:



$$\sum v = 0 = -v_L - v_R - v_C + V_0 = -L \frac{di}{dt} - Ri + V_0 - \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau \quad (24)$$

2. Homogén diff. egyenlet felírása, az integrál eltüntetése deriválással:

$$\frac{1}{C} i + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2} = 0 \quad (25)$$

3. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st}, \quad \frac{d^2i}{dt^2} = s^2Ae^{st} \quad (26)$$

4. Visszahelyettesítve (26) egyenleteket (25) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$Ae^{st} \left( \frac{1}{C} + sR + s^2L \right) = 0 \quad (27)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ , így az  $\left(\frac{1}{C} + sR + s^2L\right) = 0$  másodfokú egyenletet megoldva a gyökök:

$$s_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L} \quad (28)$$

vagy,

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (29)$$

Így a két gyök miatt az általános megoldásunk így módosul:

$$i = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t} \quad (30)$$

Behelyettesítve a paramétereket:

$$s_{1,2} = -\frac{2}{2 \cdot 1} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2 \cdot 1}\right)^2 - \frac{1}{1 \cdot \frac{1}{17}}} = -1 \pm \sqrt{-16} \quad (31)$$

$$s_1 = -1 + j4, s_2 = -1 - j4 \quad (32)$$

A megoldás eddig:

$$i = A_1e^{(-1+j4)t} + A_2e^{(-1-j4)t} \quad (33)$$

A megoldás keresése más formában:

$$\text{Legyen } \alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_n^2 = \frac{1}{LC}, \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = \omega_n^2 - \alpha^2.$$

Ekkor  $s_1 = -\alpha + j\omega$ ,  $s_2 = -\alpha - j\omega$ , így:

$$i = A_1e^{(-\alpha+j\omega)t} + A_2e^{(-\alpha-j\omega)t} \quad (34)$$

Mivel az *Euler* összefüggés szerint  $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \cdot \sin(\omega t)$  és  $e^{-j\omega t} = \cos(\omega t) - j \cdot \sin(\omega t)$ , ezért behelyettesítve ezeket (34)-ba és átrendezve az egyenletet kapjuk:

$$i = e^{-\alpha t} ((A_1 + A_2) \cos(\omega t) + j (A_1 - A_2) \cdot \sin(\omega t)) \quad (35)$$

$A_1 + A_2$ -t jelöljük  $B_1$ -gyel és  $j (A_1 - A_2)$ -t jelöljük  $B_2$ -vel:

$$i = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t)) \quad (36)$$

A  $\sin()$  a  $\cos()$ -nak a fázisbeli eltoltja és a  $B_1$  és a  $B_2$  is egy szám, ezért felírható az alábbi összefüggés:

$$i = A \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \theta) \quad (37)$$

Ezek után ha a karakterisztikus egyenlet megoldásai komplex számok, akkor (37) egyenletet használjuk általános megoldásnak.

Így ha  $\alpha = \frac{R}{2L} = 1$  és  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 4$ , akkor

$$i = A \cdot e^{-t} \sin(4t + \theta) \quad (38)$$

Deriválva az idő szerint (38)-t (később kelleni fog):

$$\frac{di}{dt} = -A \cdot e^{-t} \sin(4t + \theta) + 4 \cdot A \cdot e^{-t} \cos(4t + \theta) \quad (39)$$

5.  $t = 0+$ ,  $i_L = 0$ ,  $\frac{V_0}{L} = V_0$ , mert  $-v_C = V_0 = v_L = L \frac{di}{dt}$

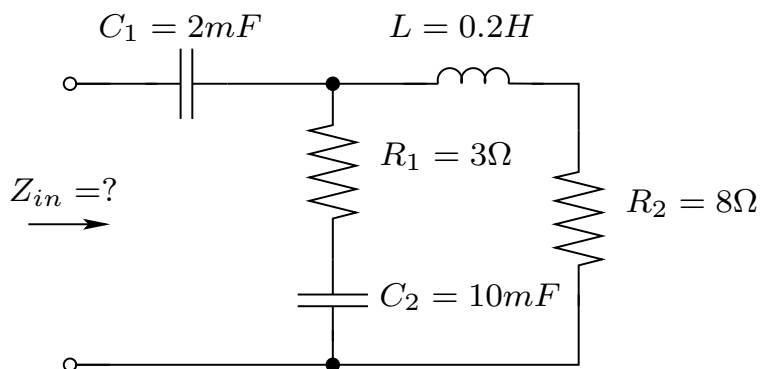
$$i = 0 = A \cdot e^0 \sin(0 + \theta) = A \cdot \sin \theta \quad (40)$$

$A$  véges, akkor  $\theta = 0$ .

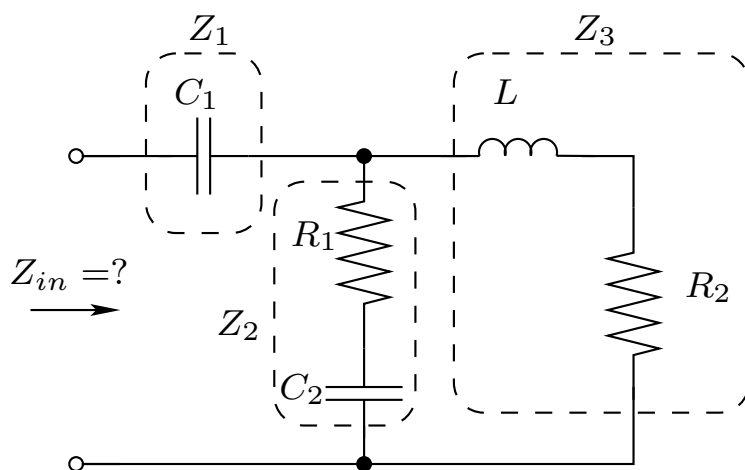
$$\frac{di}{dt} = V_0 = -A \cdot e^0 \sin(0) + 4 \cdot A \cdot e^0 \cos(0) = 4 A \quad (41)$$

#### 4. Feladat Impedancia

Határozza meg a  $Z_{in}$  eredő impedanciát ha  $\omega = 50 \text{ rad/s}$ !



#### Megoldás



A megoldás menete a következő:

1. Az áramköri elemek átalakítása impedancia alakra.

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j50 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -j10 \Omega$$

$$Z_2 = 3 + \frac{1}{j\omega C} = 3 + \frac{1}{j50 \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = (3 - j2) \Omega$$

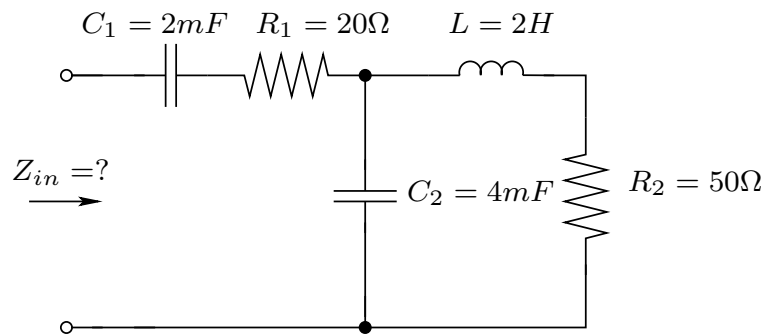
$$Z_3 = 8 + j\omega L = 8 + j50 \cdot 0.2 = (8 + j10) \Omega$$

2. Az impedanciákkal formálisan úgy számolhatunk tovább, mint az ellenállásokkal.

$$\begin{aligned} Z_{in} &= Z_1 + Z_2 \parallel Z_3 = -j10 + \frac{(3-j2)(8+j10)}{11+j8} = -j10 + \frac{(44+j14)(11-j8)}{11^2+8^2} \\ &= -j10 + 3.22 - j1.07 = 3.22 - j11.07 \Omega \end{aligned}$$

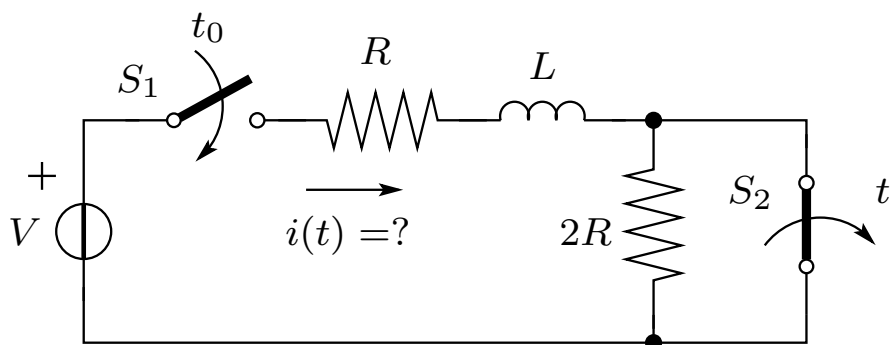
**4.b Feladat** Impedancia, házi feladat

Határozza meg a  $Z_{in}$  eredő impedanciát ha  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ !



**5. Feladat** Teljes válasz kiszámítása, 2db kapcsolóval.

Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsolók  $t = 0$  és  $t = t'$  időpontban átkapcsolnak!



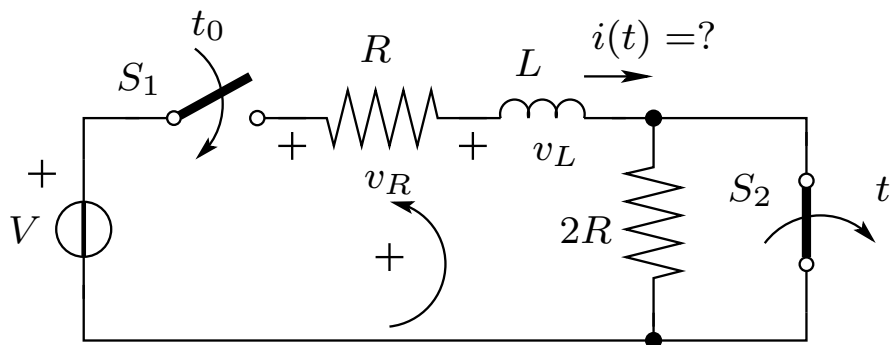
### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. Két részre bontódik a feladat. Az első részben  $0 < t < t'$  ( $S_2$  zárt állású), a második  $t' < t < \infty$  ( $S_2$  nyitott állású).

**$0 < t < t'$  ( $S_2$  zárt állású)**

2. Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása a hálózatban felvett referenciairányoknak megfelelően:



$$\sum v = 0 = V - v_L - v_R = V - L \frac{di}{dt} - Ri \quad (42)$$

3. Homogén diff. egyenlet felírása:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (43)$$

4. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st} \quad (44)$$

5. Visszahelyettesítve (44) egyenleteket (43) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$Ae^{st}(R + sL) = 0 \quad (45)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ . Az  $(R + sL) = 0$  egyenletet megoldva a gyöke:

$$s = -\frac{R}{L} \quad (46)$$

A tranziens válasz:

$$i_t = Ae^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} = Ae^{-t/\tau} \quad (47)$$

6. Állandósult állapotban az áramkör egy állandósult állapotú DC áramkör. Ekkor az induktivitás rövidzárként viselkedik és a teljes feszültség az  $R$  ellenálláson esik

$$i_g = \frac{V}{R} \quad (48)$$

7. A teljes válasz a (47) és (48) megoldások összegeként adódik:

$$i(t) = i_t + i_g = \frac{V}{R} + Ae^{-\frac{R}{L}t} = \frac{V}{R} + Ae^{-t/\tau} \quad (49)$$

8. A hálózat vizsgálatával a hiányzó  $A$  paramétert is meghatározhatjuk.

A kapcsoló  $t = 0+$  időpontjában az  $i$  áram:  $i = 0 = \frac{V}{R} + Ae^0$ .  $A = -\frac{V}{R}$

Így:

$$i = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-t/\tau}\right), \quad 0 < t < t' \quad (50)$$

$t' < t < \infty$  ( $S_2$  nyílt állású)

1. Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása:

$$\sum v = 0 = V - v_L - v_R - v_{2R} = V - L\frac{di}{dt} - 3Ri \quad (51)$$

2. Homogén diff. egyenlet felírása:

$$3Ri + L\frac{di}{dt} = 0 \quad (52)$$

3. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st} \quad (53)$$

4. Visszahelyettesítve (53) egyenleteket (52) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$Ae^{st}(3R + sL) = 0 \quad (54)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ . Az  $(3R + sL) = 0$  egyenletet megoldva a gyöke:

$$s = -\frac{3R}{L} \quad (55)$$

A tranziens válasz:

$$i_{t'} = A'e^{-\left(\frac{3R}{L}\right)(t-t')} \quad (56)$$

5. Állandósult állapotban az áramkör egy állandósult állapotú DC áramkör. Ekkor az induktivitás rövidzárként viselkedik, és a teljes feszültség az  $(R + 2R)$ -en, azaz a két soros kapcsolású ellenálláson esik

$$i_{g'} = \frac{V}{3R} \quad (57)$$

6. A teljes válasz:  $i'(t) = i_{t'} + i_{g'} = \frac{V}{3R} + A'e^{-\frac{3R}{L}(t-t')}$

7. Az  $A'$  paramétert az  $S_2$  kapcsoló zárt és nyitott fázisaiból határozhatjuk meg.

Az  $S_2$  kapcsoló zárt fázisának  $0 < t < t'$  végén

$$i = \frac{V}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t'}\right) = I' \quad (58)$$

A  $t = t' +$  időpontban (miután kinyitottuk  $S_2$ -t) az  $i(t)$  áram ugyancsak  $I'$  értékű

$$i'(t') = I' = \frac{V}{3R} + A'e^0 \quad (59)$$

$$A' = I' - \frac{V}{3R} \quad (60)$$

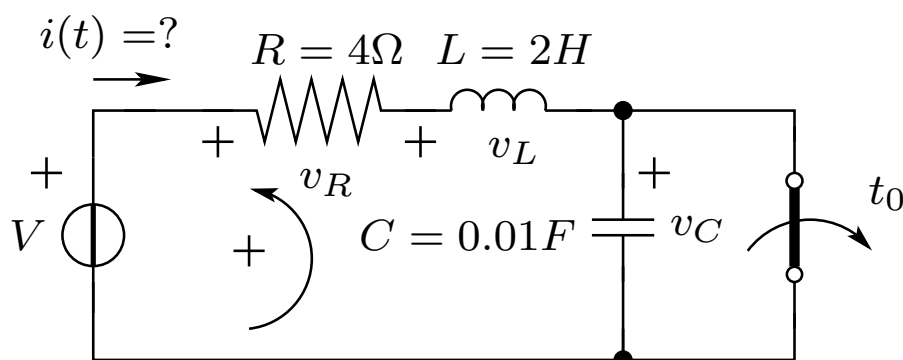
Így:

$$i' = \frac{V}{3R} + \left(I' - \frac{V}{3R}\right) e^{-\left(\frac{3R}{L}\right)(t-t')} \quad \text{A, } t' < t < \infty \quad (61)$$

### 6. Feladat

 Teljes válasz kiszámítása.

Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol! A független feszültségforrás feszültsége  $V = 20$  V.



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. Kirchhoff huroktörvényének alkalmazása a hálózatban felvett referenciairányoknak megfelelően:

$$\sum v = 0 = V - v_L - v_R - v_C = V - L \frac{di}{dt} - Ri - \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau \quad (62)$$

2. Homogén diff. egyenlet felírása:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \quad (63)$$

3. Megoldás keresése  $i = Ae^{st}$  formában.

$$i = Ae^{st}, \quad \frac{di}{dt} = sAe^{st}, \quad \frac{d^2 i}{dt^2} = s^2 Ae^{st} \quad (64)$$

4. Visszahelyettesítve (64) egyenleteket (63) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$Ae^{st} \left( sR + s^2 L + \frac{1}{C} \right) = 0 \quad (65)$$

Az  $Ae^{st} = 0$  egyenletet a triviális megoldást adja, hiszen ekkor  $i = 0$ . Az  $(sR + s^2 L + \frac{1}{C}) = 0$  egyenletet megoldva a gyökök:

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\frac{4}{4} \pm \sqrt{(1) - \frac{100}{2}} = -1 \pm \sqrt{-49} = -1 \pm j7 \quad (66)$$

A tranziens válasz:

$$i_t = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \theta) = Ae^{-t} \sin(7t + \theta) \quad (67)$$

5. Az állandósult állapotbeli válasz:

$i_g = 0$ , mert  $t \rightarrow \infty$  esetén a kondenzátor állandósult állapotú DC áramkörben szakadásként viselkedik.

6. A teljes válasz:

$$i(t) = i_g + i_t = Ae^{-t} \sin(7t + \theta) \quad (68)$$

7.  $t = 0+$ ,  $i = i_L(0-) = \frac{V}{R} = \frac{20}{4} = 5$  A, azaz

$$5 = i(0) = Ae^0 \sin(0 + \theta)$$

$$A \cdot \sin(\theta) = 5 \quad (69)$$

$$v_C = 0, \quad v_R = i \cdot R = V$$

$$v_L = V - v_R - v_C = V - V - 0 = 0 \equiv L \frac{di}{dt} \quad (70)$$

$$t = 0+, \quad \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -Ae^{-t} \sin(7t + \theta) + 7Ae^{-t} \cos(7t + \theta) \quad (71)$$

$$0 = -A \cdot \sin(\theta) + 7A \cdot \cos(\theta) \quad (72)$$

$$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = 7 = \tan \theta \rightarrow \theta = \tan^{-1}(7) = 81.9^\circ \quad (73)$$

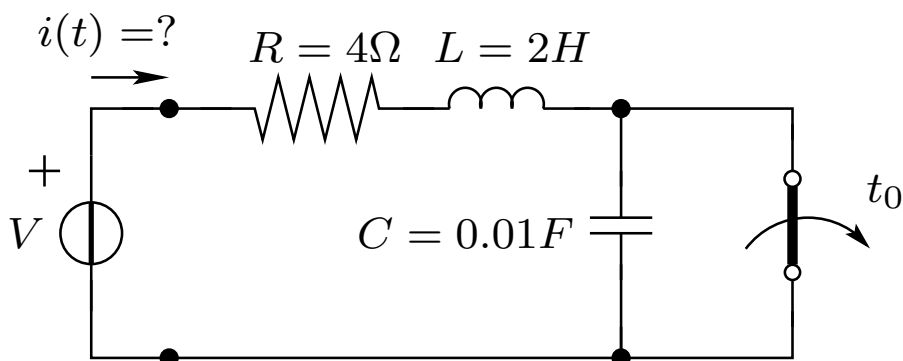
$$A = \frac{5}{\sin(81.9^\circ)} = 5.05 \quad (74)$$

Így a teljes válasz:

$$i(t) = i_g + i_t = 5.05e^{-t} \sin(7t + 81.9^\circ) \text{ A} \quad (75)$$

**6.b Feladat** Teljes válasz kiszámítása az impedancia koncepcióval.

Határozza meg az  $i(t)$  áramot, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol! A független feszültségforrás feszültsége  $V = 20$  V.



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. A hálózati elemeket átalakítom impedanciákká.
2. A gerjesztést lecsatolva a randszerről betekintek a hálózatba és meghatározom az eredő impedanciát.
3. Az  $Z(s) = (sR + s^2L + \frac{1}{C}) = 0$  egyenletet megoldva a gyökök:

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\frac{4}{4} \pm \sqrt{(1) - \frac{100}{2}} = -1 \pm \sqrt{-49} = -1 \pm j7 \quad (76)$$

A tranziens válasz:

$$i_t = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \theta) = Ae^{-t} \sin(7t + \theta) \quad (77)$$

4. Az állandósult állapotbeli válasz:

$$i_g = 0, \text{ mert } Z(0) = \infty$$

5. A teljes válasz:

$$i(t) = i_g + i_t = Ae^{-t} \sin(7t + \theta) \quad (78)$$

$$6. \ t = 0+, \ i = i_L(0-) = \frac{V}{R} = \frac{20}{4} = 5 \text{ A}$$

$$5 = i(0) = Ae^0 \sin(0 + \theta)$$

$$A \cdot \sin(\theta) = 5 \quad (79)$$

$$v_C = 0, \ v_R = i \cdot R = V$$

$$v_L = V - v_R - v_C = V - V - 0 = 0 = L \frac{di}{dt} \quad (80)$$

$$t = 0+, \ \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} = -Ae^{-t} \sin(7t + \theta) + 7Ae^{-t} \cos(7t + \theta) \quad (81)$$

$$0 = -A \cdot \sin(\theta) + 7A \cdot \cos(\theta) \quad (82)$$

$$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = 7 = \tan \theta \rightarrow \theta = \tan^{-1}(7) = 81.9^\circ \quad (83)$$

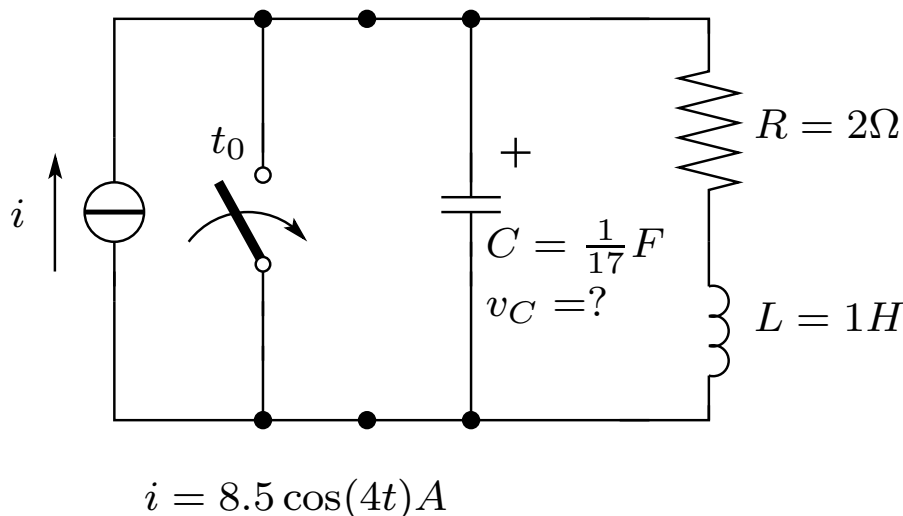
$$A = \frac{5}{\sin(81.9^\circ)} = 5.05 \quad (84)$$

Így a teljes válasz:

$$i(t) = i_g + i_t = 5.05e^{-t} \sin(7t + 81.9^\circ) \text{ A} \quad (85)$$

**7. Feladat** Teljes válasz kiszámítása impedancia koncepcióval.

Határozza meg az  $v(t)$  feszültséget, ha a kapcsoló  $t = 0$  időpontban átkapcsol!



### Megoldás

A megoldás menete a következő:

1. A hálózati elemeket átalakítom admittanciákká. Az admittancia az impedancia reciproka.
2. A gerjesztést lecsatolva a randszerről betekintek a hálózatba és meghatározom az eredő admittanciát.  $\omega$  kiolvasható a gerjesztésből ( $\omega = 4$  rad/s).

$$Y(s) = \frac{I}{V} = sC + \frac{1}{R + sL} = \frac{s^2LC + sRC + 1}{R + sL} \quad (86)$$

$$Y(j\omega) = \frac{1 - \omega^2LC + j\omega RC}{R + j\omega L} = \frac{1 - \frac{16}{17} + j\frac{8}{17}}{2 + j4} = 0.106 \angle 19.5^\circ \text{ S} \quad (87)$$

3. A gerjesztést áttranszformáljuk komplex amplitudóvá:  $I = (8.5\sqrt{2}) \angle 0^\circ$ . A válaszjel komplex amplitudóját megkapjuk mint

$$V_g = \frac{I}{Y(j\omega)} = \frac{(8.5\sqrt{2}) \angle 0^\circ}{0.106 \angle 19.5^\circ} = (80\sqrt{2}) \angle -19.5^\circ \quad (88)$$

$$v_g(t) = 80 \cdot \cos(4t - 19.5^\circ) \quad (89)$$

4. Az  $Y(s) = 0$ ,  $LCs^2 + RCs + 1 = 0$  karakterisztikus egyenletet adja, melyet megoldva:

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -1 \pm \sqrt{1 - 17} = -1 \pm j4 \quad (90)$$

Így:

$$v_t(t) = Ae^{-t} \cos(4t + \theta) \quad (91)$$

5.

$$v(t) = v_g + v_t = 80 \cdot \cos(4t - 19.5^\circ) + Ae^{-t} \cos(4t + \theta) \quad (92)$$

$$t = 0+, \quad v_C = v = 0$$

$$0 = 80 \cdot \cos(-19.5^\circ) + A \cos(\theta) \quad (93)$$

$$A \cos(\theta) = -75.5 \quad (94)$$

$$i_L = 0$$

$$\frac{8.5}{C} = \frac{dv}{dt} = -320 \cdot \sin(-19.5^\circ) - A \cos(\theta) - 4A \sin(\theta) \quad (95)$$

$$A \sin(\theta) = 9.4 \quad (96)$$

$$\frac{A \sin(\theta)}{A \cos(\theta)} = -\frac{9.4}{75.5} \quad (97)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{9.4}{75.5}\right) = -7.1^\circ \quad (98)$$

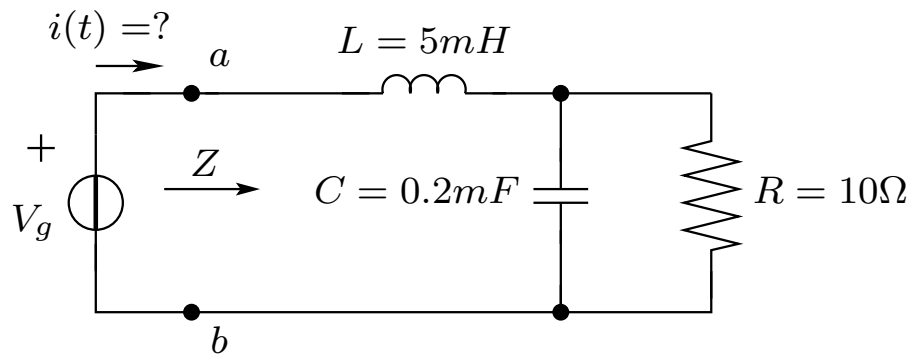
$$A = \frac{A \cos(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{-75.5}{\cos(-7.1^\circ)} = -76 \quad (99)$$

6. A teljes válasz:

$$v(t) = 80 \cdot \cos(4t - 19.5^\circ) - 76e^{-t} \cos(4t + -7.1^\circ) \text{ V} \quad (100)$$

**8. Feladat** Állandósult állapotú AC hálózat analízise.

Határozza meg a  $Z$  eredő impedanciát, az áram komplex amplitudójának értékét, az áram időtartománybeli értékét, az ellenálláson eső feszültséget, és a kondenzátoron átfolyó áramot, ha a gerjesztés  $v_g = 100 \cos(1000t)$  V.



**Megoldás**

A megoldás menete a következő:

1. A hálózati elemeket átalakítom impedanciákká.

$$Z_R = 10\Omega$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3}} = \frac{1}{j0.2} = -j5$$

$$Z_L = j\omega L = j10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = j5$$

2. A gerjesztést lecsatolva a rendszerről az  $a$ - $b$  kapocspár felől betekintek a hálózatba, és meghatározom az eredő impedanciát.  $\omega$  kiolvasható a gerjesztésből ( $\omega = 1000$  rad/s).

$$Z = Z_L + Z_R \parallel Z_C = j5 + 10 \parallel (-j5) = j5 + 2 - j4 = 2 + j1 = 2.236 \angle 26.56^\circ \quad (101)$$

3. A gerjesztést áttranszformáljuk komplex amplitudóvá:  $V = \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right) \angle 0^\circ$ .

- 4.

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{70.71 \angle 0^\circ}{2.236 \angle 26.56^\circ} = 31.623 \angle -26.56^\circ \quad (102)$$

- 5.

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 31.623 \cos(1000t - 26.56^\circ) = 44.722 \cos(1000t - 26.56^\circ) \text{ A} \quad (103)$$

6. A terheletlen feszültségosztó tételét alkalmazva:

$$V_R = V \frac{Z_C \parallel Z_R}{Z_L + Z_C \parallel Z_R} = V \frac{2 - j4}{2 + j1} = 70,71 \angle 0^\circ \cdot 2 \angle -90^\circ = 141,42 \angle -90^\circ \quad (104)$$

$$v_R(t) = \sqrt{2} \cdot 141,42 \cos(1000t - 90^\circ) \text{ V} \quad (105)$$

Az áramosztó tétellel:

$$I_C = I \cdot \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} = 31,623 \angle -26,56^\circ \times 0,894 \angle 26,565^\circ = 28,27 \angle 0^\circ \quad (106)$$

$$i_C(t) = \sqrt{2} \cdot 28,27 \cos(1000t + 0^\circ) = \sqrt{2} \cdot 28,27 \cos(1000t) \text{ A} \quad (107)$$