

- 1.) Egyenes pályán haladó autó a pálya mellett álló megfigyelő felé közeledve 1 másodpercenként hangjelzést ad. A megfigyelő 0,88 s hosszúságú hangjelzést észlel. Mekkora az autó sebessége? (A hang terjedési sebessége 330 m/s .)

$$\Delta T = 1 \text{ s}$$

$$\Delta t = 0,88 \text{ s}$$

$$c = 330 \text{ m/s}$$

$$v = ?$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= (c - v) \cdot \Delta T \Rightarrow v = c - \frac{\Delta L}{\Delta T} \\ \Delta L &= c \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} v = c - \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta T}$$

$$v = 330 \text{ m/s} - \frac{330 \text{ m/s} \cdot 0,88 \text{ s}}{1 \text{ s}} = \underline{\underline{39,6 \text{ m/s}}}$$

- 2.) Egyenes pályán haladó vonat a pálya mellett álló autó felé közeledik. Az autó 1 másodpercenként hangjelzést ad. A vonaton utazó megfigyelő 0,88 s hosszúságú hangjelzést észlel. Mekkora a vonat sebessége?

$$\Delta T = 1 \text{ s}$$

$$\Delta t = 0,88 \text{ s}$$

$$c = 330 \text{ m/s}$$

$$v = ?$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta L &= (c - v) \cdot \Delta T \Rightarrow v = c - \frac{\Delta L}{\Delta T} \\ \Delta L &= c \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} v = c - \frac{c \cdot \Delta t}{\Delta T}$$

$$v = 330 \text{ m/s} - \frac{330 \text{ m/s} \cdot 0,88 \text{ s}}{1 \text{ s}} = \underline{\underline{39,6 \text{ m/s}}}$$

- 3.) A normál CD-k általában 650 Mbyte kapacitásúak. A 20 kHz-es (emberi fül számára még hallható) zenei hangok spektrumban, 16 bites felbontásban történő átviteléhez legalább 150 kbyte/s ("egyszeres") adatátviteli sebesség (DTR) szükséges. Becsülje meg, hogy hány percki zenei anyag rögzíthető egyetlen CD-n?

$$C = 650 \text{ Mbyte}$$

$$f_{\max} = 20 \text{ kHz}$$

$$r = 16 \text{ bit}$$

$$v = 150 \text{ kbyte/s}$$

$$t = ?$$

$$t = \frac{C}{v} \quad t = \frac{650 \text{ Mbyte}}{150 \text{ kbyte/s}} = \frac{6,5 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^5} \text{ s} = \frac{1,3 \cdot 10^4}{3} \text{ s} \approx \underline{\underline{72 \text{ min}}}$$

- 4.) Becsülje meg, hogy milyen hosszú vonalon helyezkedik el az információ egy CD-lemezenél, ha az egymás mellett futó "vonalak" közötti távolság 1,6 μm . Mekkora, egy vonal mentén a "pit"-ek (ez feleltethető meg 1 bit-nek) közötti átlagos távolság? (A CD lemezei $R_k = 58 \text{ mm}$, $R_b = 25 \text{ mm}$)

$$R_k = 58 \text{ mm}$$

$$R_b = 25 \text{ mm}$$

$$d = 1,6 \mu\text{m}$$

$$l = ?$$

Az adatot hordozó spirál jó közelítéssel felírható koncentrikus köröknek.

$$i = \frac{58 \text{ mm} - 25 \text{ mm}}{1,6 \mu\text{m}} = \frac{33 \cdot 10^3 \mu\text{m}}{1,6 \mu\text{m}} = 20625 \text{ db körvonal}$$

$$l = \sum_i 2(25 \text{ mm} + i \cdot 1,6 \mu\text{m}) \cdot \pi = \underline{\underline{5,378 \text{ km}}}$$

- 5.) Függőlegesen felfelé, $v = 20 \text{ m/s}$ sebességgel elindított kő $t = 3 \text{ s}$ múlva mekkora sebességgel rendelkezik ($g = 10 \text{ m/s}^2$)? Rajzolja föl a sebességet az idő függvényében és ennek alapján határozza meg, hogy mekkora volt a kő átlagsebessége a $[0 \text{ s}, 3 \text{ s}]$ időintervallumon?

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

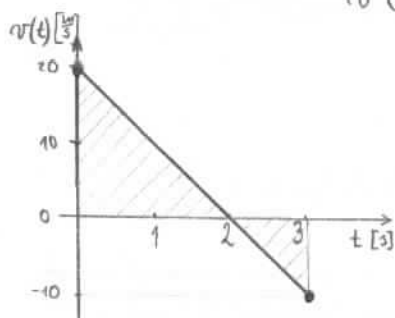
$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v(3) = ?$$

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

$$v(3) = v - g \cdot t$$

$$v(3) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s} = \underline{\underline{-10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$



$$\bar{v} = \frac{\sum_i s_i}{\sum_i t_i}$$

$$\bar{v} = \frac{20 \text{ m} + 5 \text{ m}}{3 \text{ s}} = \underline{\underline{8,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

- 6.) Távolugró vízszintes induló sebessége az ugrás pillanatában 10 m/s . Az elugrás szöge $22,5^\circ$. Milyen messzire repül az ugró, és mekkora ideig tartózkodik a levegőben? (Az ugrást úgy modellezzük, mint egy tömegpont hajítását. A nehézségi gyorsulás $g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$v_x = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = 22,5^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_y = \frac{v_x}{\cos(22,5^\circ)}$$

$$v_y = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,9239} = 10,82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$s_{\text{max}} = ?$$

$$t_{\text{max}} = ?$$

$$t_{\text{max}} = 2 \cdot t_e$$

$$t_e = \frac{v_y \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

$$t_e = \frac{10,82 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,3827}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,4142 \text{ s} \Rightarrow t_{\text{max}} = \underline{\underline{0,8284 \text{ s}}}$$

$$s_{\text{max}} = \frac{v_y^2}{g} \cdot \sin(2\alpha)$$

$$s_{\text{max}} = \frac{10,82^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 0,7071 = \underline{\underline{8,278 \text{ m}}}$$

- 7) Harmonikus rezgést végző test maximális sebessége 1 m/s , maximális gyorsulása 1 m/s^2 . A rezgőmozgás fázisröge 270° . Hol van a test a $t=0$ s időpillanatban és mekkora a sebessége és a gyorsulása?

$$v_{\max} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{\max} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\varphi = 270^\circ$$

$$x(0) = ?$$

$$v(0) = ?$$

$$a(0) = ?$$

$$\left. \begin{aligned} v_{\max} &= A \cdot \omega \\ a_{\max} &= A \cdot \omega^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = 1 \text{ m} \quad \omega = 1 \frac{1}{\text{s}}$$

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$x(0) = A \cdot \sin(\varphi)$$

$$x(0) = 1 \text{ m} \cdot \sin(270^\circ) = \underline{\underline{-1 \text{ m}}}$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(0) = A \cdot \omega \cdot \cos(\varphi) \quad v(0) = 1 \text{ m} \cdot 1 \frac{1}{\text{s}} \cdot \cos(270^\circ) = \underline{\underline{0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = A \cdot \omega^2 \cdot [-\sin(\omega t + \varphi)]$$

$$a(t) = -\omega^2 \cdot x(t) \quad a(0) = -1 \cdot \frac{1}{\text{s}^2} \cdot (-1 \text{ m}) = \underline{\underline{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

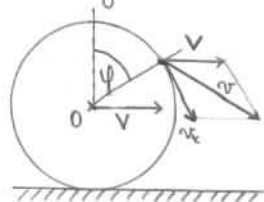
- 8) Egy egyenletesen mozgó autó sebessége 72 km/h , a kerekének sugara 25 cm . Mekkora a kerületen lévő, gumiba szorult kocsinak a sebessége? Írja fel a kocsinak a pályaeqenletét kúlsó, illetve a kocsinnal együtt mozgó megfigyelő koordinátarendszereiben!

$$V = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Feltételezzük, hogy az autó kereke tisztán gördül.

$$R = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$$

$$v = ?$$



$$v_k = V$$

$$v_k = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

kerületi sebesség

$$v = 2 \cdot v_k \cdot \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2R\pi}{v_k}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \frac{2\pi}{T} \\ T &= \frac{2R\pi}{v_k} \end{aligned} \right\} \omega_0 = \frac{v_k}{R}$$

$$\omega_0 = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,25 \text{ m}} = 80 \frac{1}{\text{s}}$$

$$v(t) = 2 \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos\left(40 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) = \underline{\underline{40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos\left(40 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)}}$$

Pályaeqenletek:

• kúlsó megfigyelő:

$$x(t) = R[\omega_0 t - \sin(\omega_0 t)]$$

$$y(t) = R[1 - \cos(\omega_0 t)]$$

$$x(t) = 0,25 \text{ m} \left[80 \frac{1}{\text{s}} \cdot t - \sin\left(80 \frac{1}{\text{s}} \cdot t\right) \right]$$

$$y(t) = 0,25 \text{ m} [1 - \cos(80 \frac{1}{\text{s}} \cdot t)]$$

• együtt mozgó megfigyelő:

$$y = \pm \sqrt{0,25^2 \text{ m}^2 - x^2}$$

- 9) A kereskedelemben ma kapható merevlemezű tárolókban (Winchester) gyakran több lemez található, amelyek közös tengelyre vannak rögzítve. A lemezek $2R$ átmérője $3,5''$ körüli ($1'' = 2,54 \text{ cm}$). A tipikus, alkalmazott fordulatszámok: $n = 5400 \text{ rpm}$, $n = 7200 \text{ rpm}$ ($1 \text{ rpm} = 1 \text{ fordulat/perc}$). Az adattárolókba használt mágneses lemez korong belső sugara $r = 2,2 \text{ cm}$. Számítsuk ki, hogy egy 250Gb-os 7200 rpm-es merevlemezű lemezre a forgó lemez szélénél maximális sebessége és centripetális gyorsulása? Becsüljük meg, hogy a lemez egy $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ -es felületére legkevesebb hány A4-es gépelt oldal tartalmazza a feladat?

$$2R = 3,5'' = 8,89 \text{ cm} \rightarrow R = 4,445 \text{ cm}$$

$$n = 7200 \text{ rpm} \rightarrow n = 120 \frac{1}{s}$$

$$v_{\text{max}} = ?$$

$$a_{\text{cp}} = ?$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$\omega = 2\pi \cdot 120 \frac{1}{s} = 754 \frac{1}{s}$$

$$v_{\text{max}} = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot n = R \cdot \omega \quad v_{\text{max}} = 4,445 \text{ cm} \cdot 754 \frac{1}{s} = 33,51 \frac{\text{cm}}{s}$$

$$a_{\text{cp}} = R \cdot \omega^2$$

$$a_{\text{cp}} = 4,445 \text{ cm} \cdot 754^2 \frac{1}{s^2} = 25,27 \frac{\text{cm}}{s^2}$$

$$r = 2,2 \text{ cm}$$

$$R = 4,445 \text{ cm}$$

$$C = 250 \text{ Gb}$$

$$A_0 = 1 \text{ mm}^2$$

$$N = ?$$

$$A = R^2 \pi - r^2 \pi = \pi (R^2 - r^2) \quad A = 46,86 \text{ cm}^2$$

$$c = \frac{C}{A}$$

$$c = \frac{250 \text{ Gb}}{46,86 \text{ cm}^2} = 5,334 \frac{\text{Gb}}{\text{cm}^2} = 53,34 \frac{\text{Mb}}{\text{mm}^2}$$

A4-es gépelt oldal adatmérete: 4000 karakter, 1 karakter 8 bit = 1 byte

$$S = 4000 \text{ byte/oldal} = 4 \text{ kb/oldal}$$

$$C_0 = A_0 \cdot c \quad C_0 = 53,34 \text{ Mb}$$

$$N = \frac{C_0}{S}$$

$$N = \frac{53,34 \text{ Mb}}{4 \text{ kb}} = \frac{53340 \text{ kb}}{4 \text{ kb}} = 13335$$

- 10.) Becsüljük meg, hogy egy 24-szeres (CAV) olvasónál, ahol a lemez fordulatszáma 5000 rpm, mekkora a CD-lemez kerületén egy pontnak a sebessége és centripetális gyorsulása? (A CD lemezről $R_k = 58 \text{ mm}$, $R_b = 25 \text{ mm}$)

$$R_k = 58 \text{ mm}$$

$$n = 5000 \text{ rpm} \rightarrow n = 83,3 \frac{1}{s}$$

$$v = ?$$

$$a_{cp} = ?$$

$$\omega = 2\pi n$$

$$v = R_k \cdot \omega$$

$$a_{cp} = R_k \cdot \omega^2$$

$$\omega = 2\pi \cdot 83,3 \frac{1}{s} = 523,4 \frac{1}{s}$$

$$v = 58 \text{ mm} \cdot 523,4 \frac{1}{s} = \underline{\underline{30,36 \frac{\text{m}}{s}}}$$

$$a_{cp} = 58 \text{ mm} \cdot 523,4^2 \frac{1}{s^2} = \underline{\underline{15,89 \frac{\text{km}}{s^2}}}$$

- 11.) Egyenes mentén mozgó tömegpont kitérés-idő függvénye:

$$x(t) = t^5 + \sin\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right) + t \cdot e^{-t} \text{ [m]}$$

A $t=0$ másodpercben hol tartózkodik a test és mekkora a sebessége?

$$x(0) = 0^5 + \sin\left(2 \cdot 0 + \frac{3\pi}{2}\right) + 0 \cdot e^{-0} = \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \underline{\underline{-1 \text{ [m]}}}$$

$$v(t) = \dot{x}(t) = 5 \cdot t^4 + \cos\left(2t + \frac{3\pi}{2}\right) \cdot 2 + e^{-t} + t \cdot e^{-t} \cdot (-1)$$

$$v(0) = 5 \cdot 0^4 + \cos\left(2 \cdot 0 + \frac{3\pi}{2}\right) \cdot 2 + e^{-0} + 0 \cdot e^{-0} \cdot (-1) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \underline{\underline{0 \frac{\text{m}}{s}}}$$

- 12.) Egyenes mentén mozgó test a $t=0$ s időpillanatban az origóban található. Kitérését az idő függvényében az alábbi összefüggés adja meg (kitérés méterben, idő másodpercben mérve):

$$x(t) = C + t^3 + t \cdot e^{-t} + \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Mekkora a C értéke, valamint a test sebessége a $t=0$ s időpillanatban?

$$\begin{cases} x(0) = 0 \text{ m (origó)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(0) = C + 0^3 + 0 \cdot e^{-0} + \sin\left(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{3}\right) = C + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = C + \frac{\sqrt{3}}{2} = C + 0,866 \text{ [m]} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{C = -0,866 \text{ m}}}$$

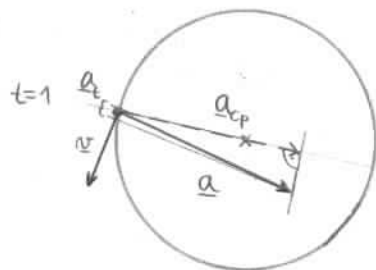
- 13.) Körpályán mozgó test helyzetét az $r(t) = (1\text{ m}) \cdot [i \cdot \cos(2t+t^2) + j \cdot \sin(2t+t^2)]$ függvény írja le, ahol t a másodpercben mért idő értéke. Mekkora a test sebessége, a centripetális és tangenciális gyorsulása a $t=1$ másodpercben?

$$v(t) = \dot{r}(t) = (1\text{ m}) \cdot (2+2t) [-i \cdot \sin(2t+t^2) + j \cdot \cos(2t+t^2)]$$

$$v(1) = (2+2) [-i \cdot \sin(3) + j \cdot \cos(3)] = 4 \cdot [-0,1411 i - 0,9899 j] = \begin{bmatrix} -0,5645 \\ -3,9599 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = 2 [-i \cdot \sin(2t+t^2) + j \cdot \cos(2t+t^2)] + (2+2t)^2 [-i \cdot \cos(2t+t^2) - j \cdot \sin(2t+t^2)]$$

$$a(1) = 2 [-i \cdot \sin(3) + j \cdot \cos(3)] + 16 \cdot [-i \cdot \cos(3) - j \cdot \sin(3)] = \begin{bmatrix} 15,55 \\ -4,2379 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Centripetális gyorsulás:

$$a_{cp} = a \cdot (-r)$$

$$a_{cp} = \begin{bmatrix} 15,55 \\ -4,238 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} +0,9899 \\ -0,1411 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15,55 \cdot (+0,9899) \\ -4,238 \cdot (-0,1411) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15,55 \\ 0,598 \end{bmatrix} = 15,99 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tangenciális gyorsulás:

$$e = \frac{v}{|v|} = \frac{\begin{bmatrix} -0,5645 \\ -3,9599 \end{bmatrix}}{\sqrt{(-0,5645)^2 + (-3,9599)^2}} = \frac{1}{3,999} \cdot \begin{bmatrix} -0,5645 \\ -3,9599 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1411 \\ -0,9899 \end{bmatrix}$$

Oh shit!

Tudhattam volna,

hogy $e \perp r$.

Na mindegy...

$$a_t = a \cdot e = \begin{bmatrix} 15,55 \\ -4,238 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,1411 \\ -0,9899 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15,55 \cdot (-0,1411) \\ -4,238 \cdot (-0,9899) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,194 \\ 4,194 \end{bmatrix} = 1,997 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

/Tudjak róla, hogy ezt leírjzoltattam Matkában is! /

- 14) Elhajítunk egy testet a tér $(10, 15, 20)$ m koordinátájú pontjából $(3, 4, 5) \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel. Írjuk fel a pályagörbe egyenletét, az idő függvényében! Adjuk meg a sebességet és a gyorsulást az idő függvényében! Hol lesz a test 2s elteltével, és mekkora lesz a sebességének a nagysága? A nehézségi gyorsulás értéke $(0, 0, -10) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

$$r(0) = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$v(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$r(t) = r_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$r(t) = \begin{bmatrix} 10 + 3t + \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2 \\ 15 + 4t + \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot t^2 \\ 20 + 5t + \frac{1}{2} \cdot (-10) \cdot t^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 + 3t \\ 15 + 4t \\ 20 + 5t - 5t^2 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$r(t) = ?$$

$$r(2) = ?$$

$$v(2) = ?$$

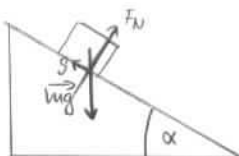
$$r(2) = \begin{bmatrix} 10 + 3 \cdot 2 \\ 15 + 4 \cdot 2 \\ 20 + 5 \cdot 2 - 5 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 23 \\ 50 \end{bmatrix} \text{ m}$$

$$v(t) = \dot{r}(t) = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 - 10t \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(2) = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -15 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a(t) = \dot{v}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- 15) 30° -os lejtőre helyezett test a lejtőn lecsúszik ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$). Az indulástól számítva 1s múlva a sebessége $2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Mekkora a csúszási súrlódási együttható?



$$v(1) = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mu = ?$$

$$v = a \cdot t \rightarrow a = \frac{v}{t}$$

$$F_{||} = m \cdot a \Rightarrow F_{||} = \frac{m \cdot v}{t}$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \mu \cdot N \\ N = m \cdot g \cdot \cos(\alpha) \end{array} \right\} \mu = \frac{S}{m \cdot g \cdot \cos(\alpha)} \quad S = -F_{||}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{+ \frac{m \cdot v}{t}}{+ m \cdot g \cdot \cos(\alpha)} = \frac{v}{t \cdot g \cdot \cos(\alpha)}$$

$$\mu = \frac{2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \frac{\text{s}}{1} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(30^\circ)} = \frac{2,5}{8,66} = \underline{\underline{0,2887}}$$

16.) Adja meg az $\underline{a} = (1, 2, 3) \frac{m}{s^2}$ mozgásegyenlet megoldását a $\underline{r}(0) = (1, 1, 1) \frac{m}{s}$ és $\underline{v}(0) = (-3, -2, 1) \frac{m}{s}$ kezdeti feltételek mellett!

$$\underline{a}(t) = \underline{\dot{v}}(t) = \underline{\ddot{r}}(t) \rightarrow \underline{\ddot{r}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \int \underline{\ddot{r}} dt = \int \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} dt$$

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot t + \underline{v}_0$$

$$\rightarrow \underline{\dot{r}} = \underline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \int \underline{\dot{r}} dt = \int \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} dt$$

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{t^2}{2} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot t + \underline{r}_0$$

$$\underline{a}(t) = \underline{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \frac{m}{s^2}}$$

$$\underline{v}(t) = \underline{\begin{bmatrix} 1t+1 \\ 2t+1 \\ 3t+1 \end{bmatrix} \frac{m}{s}}$$

$$\underline{r}(t) = \underline{\begin{bmatrix} 1t^2+1t-3 \\ 2t^2+1t-2 \\ 3t^2+1t+1 \end{bmatrix} m}$$

17a) Adja meg a P pont (r, φ) polar-koordinátáit, ha Descartes koordinátái: $(x=3, y=4)$.

$$\begin{array}{l} x=3 \\ y=4 \\ \hline r=? \\ \varphi=? \end{array}$$

$$\begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5 \\ \varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \quad \varphi = \arctg\left(\frac{4}{3}\right) = 53,13^\circ \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \end{array}} \right\} \underline{\underline{P(5; 53,13^\circ)}}$$

17b) Adja meg a P pont (x, y) Descartes koordinátáit, ha polar-koordinátái: $(r=2, \varphi=\frac{\pi}{6})$

$$\begin{array}{l} r=2 \\ \varphi=\frac{\pi}{6} \\ \hline x=? \\ y=? \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = r \cdot \cos(\varphi) \quad x = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} = 1,732 \\ y = r \cdot \sin(\varphi) \quad y = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} x = r \cdot \cos(\varphi) \\ y = r \cdot \sin(\varphi) \end{array}} \right\} \underline{\underline{P(1,732; 1)}}$$

18a) Adja meg a P pont (ρ, φ, z) henger-koordinátáit, ha Descartes-koordinátái $(1, 1, 1)$

$$x=1$$

$$y=1$$

$$z=1$$

$$\rho=?$$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\rho = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\varphi=?$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{1}{1}\right) = 45^\circ$$

$$z=?$$

$$z=z$$

$$z=1$$

$$\underline{\underline{P(\sqrt{2}, 45^\circ, 1)}}$$

18b) Adja meg a P pont (x, y, z) Descartes-koordinátáit, ha gömbi koordinátái $(r=1, \theta=\frac{\pi}{4}, \varphi=\frac{\pi}{3})$!

$$r=1$$

$$\theta=\frac{\pi}{4}$$

$$\varphi=\frac{\pi}{3}$$

$$x=?$$

$$x = r \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi)$$

$$x = 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} = 0,3536$$

$$y=?$$

$$y = r \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi)$$

$$y = 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{6}}{4} = 0,6123$$

$$z=?$$

$$z = r \cdot \cos(\theta)$$

$$z = 1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7071$$

$$\underline{\underline{P\left(\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}}$$

19) CD lemeznél az információt hordozó spirális vonal egy körbefordulás során $d=1,6 \mu\text{m}$ felváltásra törlődik el az origótól. Írja fel a spirálvonal egyenletét polárkoordinátás alakban (Arkhimédészi spirál)!

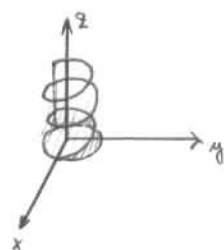
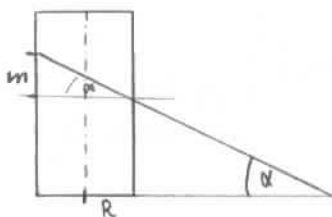
$$d=1,6 \mu\text{m}$$

$$r=?$$

$$r=d \cdot \varphi$$

$$\underline{\underline{r=1,6 \mu\text{m} \cdot \varphi}}$$

20) α szögű derékszögű háromszöget R sugarú hengerre felcsavarjuk (alapja egy síkba kerül). Adja meg az átfogókat, mint térgörbék az egyenletét!



$$x = a \cdot \cos(t)$$

$$x = R \cdot \cos(t)$$

$$y = a \cdot \sin(t)$$

$$y = R \cdot \sin(t)$$

$$z = \frac{m}{2\pi} \cdot t$$

$$m=?$$

$$m = \frac{t_{\text{gk}}}{2R}$$

$$m = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{6R}$$

$$z = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6R}}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{12R\pi}$$

$$x = R \cdot \cos(t)$$

$$y = R \cdot \sin(t)$$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{12R\pi}$$