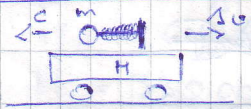


Rakéta - mozgás:



ut golyót a rugóval kilőjűt
Impulzus megmaradása: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_e = 0$

$$M \Delta \vec{v} + m \vec{c} = 0$$

$$\Delta \vec{v} = -\frac{m}{M} \cdot \vec{c}$$

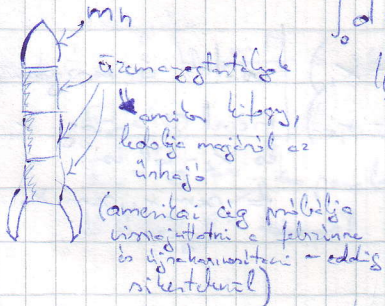


m_a : üzemanyag tömege, m_h : hordozó tömege

$$\Delta v = -\frac{dm}{m} \cdot c \Rightarrow \text{differenciál-egyenlet} \rightarrow \text{integráljuk mindkét oldalt}$$

$$\int_0^v dv = -c \int_{m_0}^{m(t)} \frac{dm}{m} = -c \ln m \Big|_{m_0}^{m(t)} = c \ln \frac{m_0}{m(t)}$$

és $dv = du$
 $dm = dm$

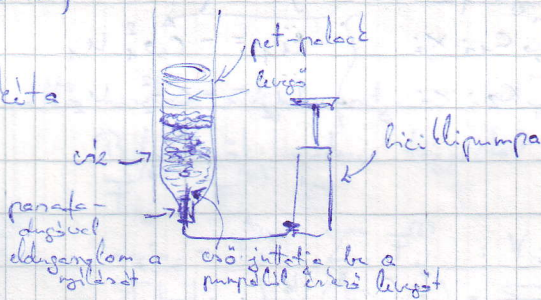


$$v(t) = c \ln \frac{m_0}{m(t)} \quad | \quad m(t) = m_0 - \mu t$$

$$v_{max} = c \ln \left(\frac{m_0}{m_h} \right) = c \ln \eta \quad | \quad \eta = \frac{m_0}{m_h} = \frac{m_a + m_h}{m_h} = 1 + \frac{m_a}{m_h}$$

Cidkószám - tényező

Házi rakéta



Ha elég nagy a nyomás, akkor a nyomás miatt a dugó ki- az üvegbe meg felrepül

Sugárhajtómű: az üzemanyag éghető anyag és folyékony oxigén

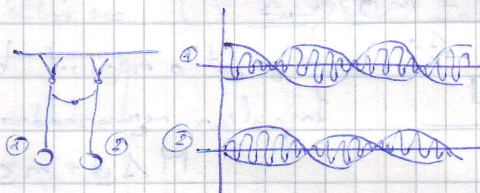
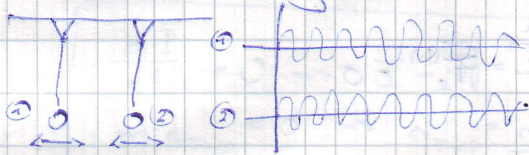
=> égéstermék nagy a hőmérséklet és ezért a gyorsaság is

=> a hajtóműből minél nehezebb a levegő kerül ki, minél nagyobb a sebesség

Folyékony hajtómű: nagyon kis mennyiségű üzemanyag elég ahhoz, hogy megkajtsa, de nagyon sok idő, míg felgyorsul

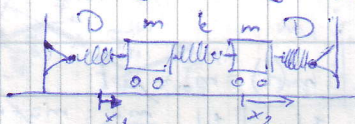
Megoldás: általánosan használt hajtómű az ionizált, majd nagy sebességgel kilőti a hajtóműből az üzemanyagot, majd héliumot.

Csatolt rezgés:



Portaendres (lineáris lánc): $m \ddot{x}_1 = D(x_{i+1} - x_i) - \dots$
 $\dots D(x_i - x_{i-1})$

Csatolt rezgés mozgásegyenlete:



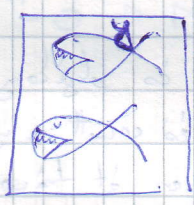
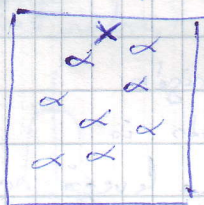
$$\begin{aligned} m \ddot{x}_1 &= -D x_1 + k(x_2 - x_1) \\ m \ddot{x}_2 &= -D x_2 + k(x_2 - x_1) \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \text{csatolt a mozgás,} \\ \text{mivel } \ddot{x}_1 \text{ függ } x_1 \text{-től} \\ \text{és } x_2 \text{-től is...} \\ \rightarrow \text{sem } x_1, \text{ sem } x_2 \text{ nem} \\ \text{figyelhető ki} \end{array} \right.$$

Megoldás: (lineáris algebra) $\ddot{u}$, egymástól független
 vektorok lineárisa ($\Rightarrow$ saját frekvencia) ω

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 &= \sum_{i=1}^n c_{1i} x_i \\ \ddot{u}_2 &= \sum_{i=1}^n c_{2i} x_i \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{u}_1 = -\omega_1^2 u_1 \\ \ddot{u}_2 = -\omega_2^2 u_2 \end{array} \right.$$

Lotka-Volterra probléma:

1) ~~statis~~ állapot



- Nagy és kis halak reprodukciója van
- mindkettő csoport életére praktikusán rághat
- nagy halak rag a kis halakkal foglalkoznak

$\Rightarrow$ Kis halak néma szaporodásának növekedése: $\dot{x} = k \times x$

$$\dot{x} = kx \Rightarrow x(t) = x_0 \cdot e^{kt}$$

$\Rightarrow$ Nagy halak éheznek, mert nincs táplálék: $\dot{y} = -l y$

$$\dot{y} = -ly \Rightarrow y(t) = y_0 \cdot e^{-lt}$$

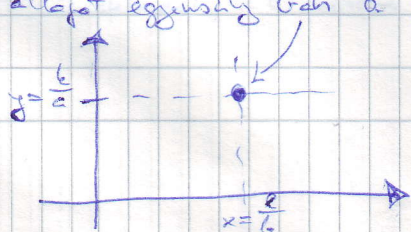
2) állapot: egyensúlyban a két életformát

$\rightarrow$ Csatolás alakul ki a két populáció között

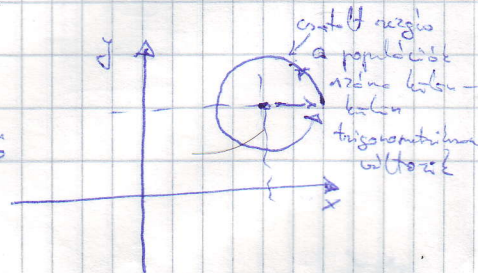
$$\dot{x} = kx - a y x = 0 \quad \text{nagy halak rag a kis halakat el} \quad \leftarrow$$

$$\dot{y} = -ly + (b y) x = 0 \quad \text{nagyon kevés halat fogyasztanak a nagy halak populációjára} \quad \leftarrow$$

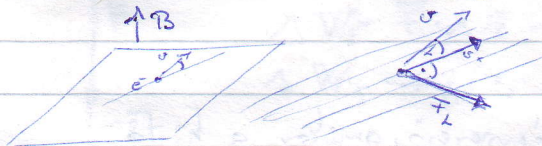
3) állapot egyensúlyban a populációk között



4) Egyik populáció megszűnik



Lorentz-erő munkavégzése:



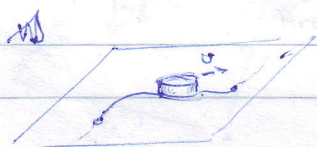
$$\underline{F}_L = q(\underline{E} + [\underline{v} \times \underline{B}])$$

$$\underline{F}_L = q(\underline{v} \times \underline{B}) \Rightarrow \underline{F}_L \cdot (\underline{v} \cdot d\underline{s}) = 0$$

$$ds = v \cdot dt$$

$$W_{\underline{F}_L} = 0 \quad (\text{is } W_{\underline{F}_{cp}} = 0)$$

Sínlejtési erő munkavégzése



$$\Delta W_F = \left(\mu \underline{F}_L \frac{v}{|v|} \right) \cdot \underline{v} \cdot dt = \mu F_L \frac{|v|}{|v|} \cdot dt$$

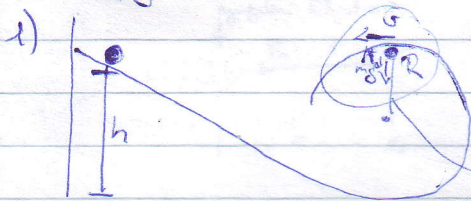
$$W_F = \sum \mu F_L \Delta s_i \rightarrow \mu F_L L(\Gamma) \quad \frac{1}{ds} \in \mathbb{R}^3$$

$$W_{sín} = -W_F$$

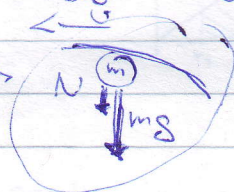
$\Rightarrow$ dissipatív tér, mivel a munka függ a görlejtől

$\Rightarrow$ az energiát disszipálja, mértéke

ZH gyakorlat feladat



milyen magassággal kell indítani a golyót, hogy végig a körben felül is érintkezzen.



$$N + mg = F_{cp} = m \frac{v^2}{R}$$

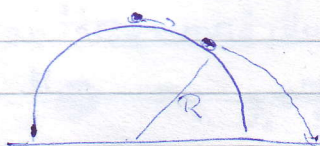
$$N = m \left(\frac{v^2}{R} - g \right) \geq 0$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + mg(2R) \quad v^2 \geq Rg$$

$$gh = \frac{1}{2} Rg + g \cdot 2R$$

$$h_{\min} = 2,5 R$$

2)



Milyen sebességgel el a golyó a henger felületéről?

$$ma = ma_{cp} = mg \cos \varphi - N = m \frac{v^2}{R}$$

$$ma_{tangenciális} = mg \sin \varphi$$

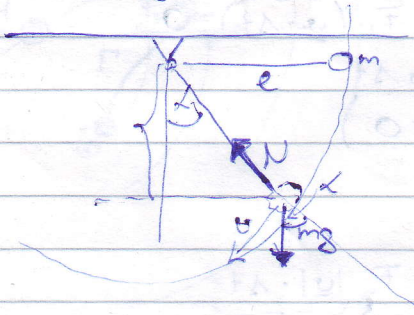
$$v \ddot{\varphi} = a_t = g \sin \varphi \quad | \cdot \varphi$$

$\hookrightarrow$ kell egyenlet, de tudjuk a megoldást, mert olyan, mint az energiátétel

$$mgs: mgR = mgR \cos \varphi + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\left(\begin{aligned} N &= mg \cos \varphi - m \frac{v^2}{R} = mg(3 \cos \varphi - 2) \\ \frac{v^2}{R} &= 2g(1 - \cos \varphi) \end{aligned} \right) \quad \uparrow$$

3) Förlänga



Helt bra bra i längd, om inte i höjd
 blir i höjd djupa?

$$m a_{cp} = N - mg \cos \varphi = m \frac{v^2}{r}$$

$$N = mg \cos \varphi + m \frac{v^2}{r} = 3 mg \cos \varphi$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g l \cos \varphi$$

$$\Rightarrow N(\varphi=0) = 3 mg$$