

Elsőrendű logika konzi #2

Fogalmak:

- **univerzum**
- **objektumok:** változók, konstansok >> ezek az univerzum elemei
- **relációk:** egy vagy több objektum és a $\{I, H\}$ halmaz közt való leképezések
 - Egyváltozós: $R:U \rightarrow \{I, H\}$
 - Kétváltozós: $R:U \times U \rightarrow \{I, H\}$ stb.
 - Pl: $B(x,y)$ jelentése: x barátja-e y . DE $B(x)$ jelentheti ezt is: x barátja-e Józsinak. A relációk lényegében eldöntendő kérdések, melyek a paramétereikre vonatkoznak.
- **függvények:** Egy vagy több objektum és egy másik objektum közti leképezés
 - Egyváltozós: $f:U \rightarrow U$
 - Kétváltozós: $f:U \times U \rightarrow U$ stb.
 - Pl: $A(x)$: ennek a kifejezésnek az értéke egy olyan U -beli elem lesz, melyre igaz, hogy x apja.
- **kvantorok:**
 - Univezális: $\forall$ (minden...)
 - Egzisztenciális: $\exists$ (létezik/keressük/van olyan...)
 - Nyílt/zárt mondat: ha kötött minden változó, akkor zárt egy mondat, egyébként nyitott

Példák:

- 1) Minden kikapcsolt állapotú fénysorompó esetén minden autós ha észreveszi a fénysorompót, akkor körülnéz és a következő időpillanatban vagy áthalad, vagy megáll.
 - **Összetett példa** két kvantorral. Ilyenekre lehet számítani ZH-ban is.
 - Jelölések: $F(x)$: x fénysorompó-e, $K(x)$: x ki van-e kapcsolva $A(x)$: x autós-e, $N(x)$: x körülnéz-e, $H(x)$: x áthalad-e, $M(x)$: x megáll-e, $\acute{E}(x,y)$: x észreveszi-e y -t
 - Megoldás: $\forall x \{ (F(x) \wedge K(x)) \rightarrow \forall y [(A(y) \wedge \acute{E}(y,x)) \rightarrow (N(y) \wedge (H(y) \vee M(y)))] \}$
- 2) Minden 2-nél nagyobb páros szám felírható két prímszám összegeként.
- 3) $\forall x \{ P(x) \rightarrow [\forall y (P(y) \rightarrow P(f(x,y))) \wedge \forall y (Q(x,y) \rightarrow P(y))] \}$
- 4)

$$\begin{aligned} 1: & \neg(\forall x \exists y P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x \forall y S(x, y) \Rightarrow T(x, y)) \\ 2: & \neg(\forall x \exists y P(x, y) \vee Q(x, y)) \wedge (\exists x \forall y \neg S(x, y) \vee T(x, y)) \\ 3: & (\exists x \forall y \neg (P(x, y) \vee Q(x, y))) \wedge (\exists x \forall y \neg S(x, y) \vee T(x, y)) \\ 4: & (\exists x \forall y \neg P(x, y) \wedge \neg Q(x, y)) \wedge (\exists x \forall y \neg S(x, y) \vee T(x, y)) \\ 5: & (\exists x \forall y \neg P(x, y) \wedge \neg Q(x, y)) \wedge (\exists v \forall w \neg S(v, w) \vee T(v, w)) \\ 6: & \exists x \forall y \exists v \forall w \neg P(x, y) \wedge \neg Q(x, y) \wedge (\neg S(v, w) \vee T(v, w)) \\ 7: & \forall y \forall w \neg P(a, y) \wedge \neg Q(a, y) \wedge (\neg S(b, w) \vee T(b, w)) \\ 8: & \neg P(a, y) \wedge \neg Q(a, y) \wedge (\neg S(b, w) \vee T(b, w)) \end{aligned}$$

5)