

Feladat. Igazoljuk, hogy $\neg(B \Rightarrow \neg A) \equiv A \wedge B$

M.

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$B \rightarrow \neg A$	$\neg(B \rightarrow \neg A)$
1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0

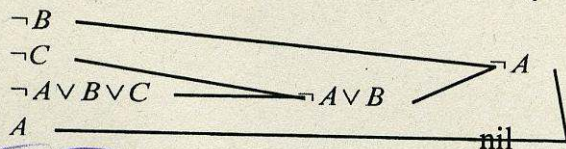
Feladat. A „kizáró vagy” az ekvivalencia negáltja, azaz $A \text{ XOR } B \equiv \neg(A \Leftrightarrow B)$
Bizze, hogy a kizáró vagy asszociatív művelet!

M:

A	B	C	$\neg(A \Leftrightarrow B)$	$\neg(\neg(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow C)$	$\equiv$	$\neg(A \Leftrightarrow \neg(B \Leftrightarrow C))$	$\neg(B \Leftrightarrow C)$
1	1	1	0	1		1	0
1	1	0	0	0		0	1
1	0	1	1	0		0	1
1	0	0	1	1		1	0
0	1	1	1	0		0	0
0	1	0	1	1		1	1
0	0	1	0	1		1	1
0	0	0	0	0		0	0

Feladat: bizonyítsuk, hogy $[\neg B \wedge \neg C \wedge (A \rightarrow (B \vee C))] \rightarrow \neg A$ tautológia

Mo.: átalakítva: $\neg B \wedge \neg C \wedge [\neg A \vee (B \vee C)] \wedge A$



Feladat: bizonyítsuk, hogy

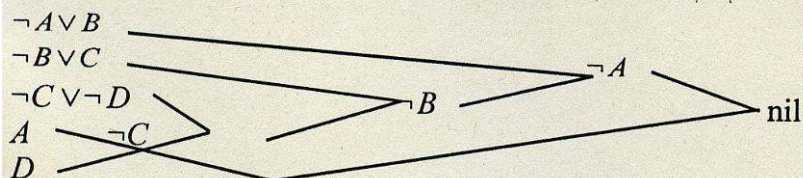
$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$\neg(C \wedge D)$

$A \rightarrow \neg D$ Helyes következtetési séma

Mo.: $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge \neg(C \wedge D)) \wedge A \wedge D \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge A \wedge D$



Feladat: Mutassa meg, hogy helyes az alábbi következtetés:

$$\forall x [\neg P(x) \vee Q(f(x), x)]$$

$$P(g(b))$$

$$\exists y \exists z Q(y, z)$$

Mo.:

$$\forall x \{ [\neg P(x) \vee Q(f(x), x)] \wedge P(g(b)) \} \wedge \neg [\exists y \exists z Q(y, z)]$$

$$\forall x \forall y \forall z \{ [\neg P(x) \vee Q(f(x), x)] \wedge P(g(b)) \wedge \neg Q(y, z) \}$$

$$x \leftarrow g(b); z \leftarrow g(b); y \leftarrow f(g(b))$$

$$P(g(b)) \vee Q(f(g(b)), g(b))$$

$$P(g(b))$$

$$Q(f(g(b)), g(b))$$

$$Q(f(g(b)), g(b))$$

nil

Feladat: Adottak a következő axiómák:

1. Minden kutya egész éjszaka üvölt.
2. Azoknál, akinek van valamilyen macskájuk, nincsenek egerek.
3. A nyugodtan alvóknak nincs semmilyük, ami éjszaka üvölt.
4. Jánosnak kutyája vagy macskája van.
5. Konklúzió: ha János nyugodtan alvó, akkor Jánosnál nincsenek egerek.

Bizonyítsa rezolúcióval a következtetést!

Mo.:

1.lépés: formalizálás

1. $\forall x (Kutya(x) \rightarrow \ddot{U}völt(x))$
2. $\forall x \forall y ([Rendelkezik(x, y) \wedge Macska(y)] \rightarrow \neg \exists z [Rendelkezik(x, z) \wedge Egér(z)])$
3. $\forall x (KA(x) \rightarrow \neg \exists y (Rendelkezik(x, y) \wedge \ddot{U}völt(y)))$
4. $\exists x (Rendelkezik(János, x) \wedge [Macska(x) \vee Kutya(x)])$
5. $KA(János) \rightarrow \neg \exists z (Rendelkezik(János, z) \wedge Egér(z))$

2.lépés: átalakítás

1. $\forall x (Kutya(x) \rightarrow \ddot{U}völt(x))$
 $\neg Kutya(x) \vee \ddot{U}völt(x)$
2. $\forall x \forall y ([Rendelkezik(x, y) \wedge Macska(y)] \rightarrow \neg \exists z [Rendelkezik(x, z) \wedge Egér(z)])$
 $\forall x \forall y ([Rendelkezik(x, y) \wedge Macska(y)] \rightarrow \forall z \neg [Rendelkezik(x, z) \wedge Egér(z)])$
 $\forall x \forall y \forall z (\neg [Rendelkezik(x, y) \wedge Macska(y)] \vee \neg [Rendelkezik(x, z) \wedge Egér(z)])$
 $\neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg Macska(y) \vee \neg Rendelkezik(x, z) \vee \neg Egér(z)$
3. $\forall x (KA(x) \rightarrow \neg \exists y (Rendelkezik(x, y) \wedge \ddot{U}völt(y)))$
 $\forall x (KA(x) \rightarrow \forall y \neg (Rendelkezik(x, y) \wedge \ddot{U}völt(y)))$
 $\forall x \forall y (KA(x) \rightarrow \neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg \ddot{U}völt(y))$
 $\forall x \forall y (KA(x) \rightarrow \neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg \ddot{U}völt(y))$
 $\neg KA(x) \vee \neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg \ddot{U}völt(y)$

4. $\exists x(Rendelkezik(János, x) \wedge [Macska(x) \vee Kutya(x)])$
 $Rendelkezik(János, a) \wedge [Macska(a) \vee Kutya(a)]$
5. $KA(János) \rightarrow \neg \exists z(Rendelkezik(János, z) \wedge Egér(z))$
 $\neg[\neg KA(János) \vee \neg \exists z(Rendelkezik(János, z) \wedge Egér(z))]$
 $KA(János) \wedge \exists z(Rendelkezik(János, z) \wedge Egér(z))$
 $KA(János) \wedge Rendelkezik(János, b) \wedge Egér(b)$

3.lépés: klózzok

1. $\neg Kutya(x) \vee \ddot{U}völt(x)$
2. $\neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg Macska(y) \vee \neg Rendelkezik(x, z) \vee \neg Egér(z)$
3. $\neg KA(x) \vee \neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg \ddot{U}völt(y)$
4. $Rendelkezik(János, a)$
5. $Macska(a) \vee Kutya(a)$
6. $KA(János)$
7. $Rendelkezik(János, b)$
8. $Egér(b)$
1. & 5. -ből: 9. $Macska(a) \vee \ddot{U}völt(a)$
2. & 8. -ből: 10. $\neg Rendelkezik(x, y) \vee \neg Macska(y) \vee \neg Rendelkezik(x, b)$
7. & 10. -ből: 11. $\neg Rendelkezik(János, y) \vee \neg Macska(y)$
9. & 11. -ből: 12. $\neg Rendelkezik(János, a) \vee \ddot{U}völt(a)$
4. & 12. -ből: 13. $\ddot{U}völt(a)$
3. & 13. -ből: 14. $\neg KA(x) \vee \neg Rendelkezik(x, a)$
4. & 14. -ből: 15. $\neg KA(János)$
6. & 15. -ből: 16. nil