

Első rendű logika: Formalizálás

- Szintaxis:

változók: x, y, z

konstansok: c

prédikátumok(állítás): P, Q, S

függvények: f, g

logikai összetevők: $\wedge$ (és), $\vee$ (vagy), $\rightarrow$ (implikáció), $\neg$ (negáció)

kvantorok: $\forall$ (minden), $\exists$ (létezik)

- Nulladrendű logika

p – Aladár gögös

q – Aladár szereti Beát

r – Bea gögös

Aladár gögös és szereti Beát.

$p \wedge q$

Ha Bea gögös, akkor Aladár szereti őt.

$r \rightarrow q$

Konkrét esetekre jól működik a nulladrendű logika, azonban nem tud mit kezdeni az általános esetekkel. Ezért kellenek a kvantorok és az elsőrendű logika.

- Elsőrendű logika

1.)

Minden ember halandó.

$M(x)$: x ember $H(x)$: x halandó

$\forall x (M(x) \rightarrow H(x))$

Minden ember halandó és szokott tévedni.

$T(x)$: x szokott tévedni

$\forall x (M(x) \rightarrow (H(x) \wedge T(x)))$

Létezik olyan állat amelyik nem halandó. **FIGYELEM! Gyakori hiba!**

$A(x)$: x állat

$\exists x (A(x) \wedge \neg H(x))$

Minden állat halandó vagy nem halandó.

$\forall x [A(x) \rightarrow (H(x) \vee \neg H(x))]$

2.)

Mindenki, aki átment a DM vizsgán és nyert a lottón az boldog.

$A(x)$: x átment a DM vizsgán

$NY(x)$: x nyert a lottón

$B(x)$: x boldog

$\forall x [((A(x) \wedge NY(x)) \rightarrow B(x))]$

Mindenki, aki tanul, vagy szerencsés, átmegy a DM vizsgán.

$T(x)$: x tanul

$SZ(x)$: x szerencsés

$\forall x [((T(x) \vee SZ(x)) \rightarrow A(x))]$

Mindenki, aki szerencsés, nyert a lottón.

$\forall x (SZ(x) \rightarrow NY(x))$

Lus Tamara nem tanult, de szerencsés.

$\neg T(\text{Lus Tamara}) \wedge SZ(\text{Lus Tamara})$

3.)

Senki sem jó és rossz egyszerre.

$J(x)$: x jó

$R(x)$: x rossz

$\neg \exists x (J(x) \wedge R(x))$

átalakítva: $\forall x (\neg J(x) \vee \neg R(x))$

4.)

Róbert otthon van, ha nincs a munkahelyén.

$O(x)$: x otthon van

$M(x)$: x a munkahelyén van

$\neg M(\text{Róbert}) \rightarrow O(\text{Róbert})$

5.)

Minden gomba, ami nem ehető, mérgező.

$G(x)$: x gomba

$E(x)$: x ehető

$M(x)$: x mérgező

$$\forall x [(G(x) \wedge \neg E(x)) \rightarrow M(x)]$$

Minden gomba, ami nem mérgező, ehető.

$$\forall x [(G(x) \wedge \neg M(x)) \rightarrow E(x)]$$

Minden, ami nem mérgező és nem ehető, az nem is gomba.

$$\forall x [(\neg M(x) \wedge \neg E(x)) \rightarrow \neg G(x)]$$

6.)

Minden kikapcsolt állapotú fénysorompó esetén minden autós ha észreveszi a fénysorompót, akkor körülnéz és a következő időpillanatban vagy áthalad, vagy megáll.

$F(x)$: x fénysorompó $K(x)$: x ki van kapcsolva $A(x)$: x autós

$N(x)$: x körülnéz $H(x)$: x áthalad $M(x)$: x megáll $\acute{E}(x,y)$: x észreveszi y-t

$$\forall x \{ (F(x) \wedge K(x)) \rightarrow \forall y [(A(y) \wedge \acute{E}(y,x)) \rightarrow (N(y) \wedge (H(y) \vee M(y)))] \}$$

Források (több logika feladat található itt még):

<http://digitus.itk.ppke.hu/~kovda/DMgyak/logika.pdf>