Szabó Kornélia
PPKE ITK 2014

Mátrixalgebra feladatok

1. Számítsd ki a következő kifejezések értékét.

a) $2 \cdot \mathrm{A} = ?$**,** ha $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 2 & 7 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A minden elemét szorozzuk 2-vel. Így az eredmény mátrix**:** $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 2 & -20 \\ 4 & 14 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$

b) A+B=?, ha $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 5 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

Megoldás:
Mivel a két mátrix azonos méretű (3x2), ezért elvégezhető a művelet. Az eredmény mátrix egyes elemeit úgy kapjuk meg, hogy az A és B mátrix megfelelő elemeit összeadjuk.

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 3+(-3) & 0+(-1) \\ -2+0 & 4+5 \\ 7+8 & 1+11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 9 \\ 15 & 12 \end{bmatrix}$$

c) A+B=?, ha $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 4 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$**,** $\mathrm{B} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Megoldás:
Az összezadás nem végezhető el, mert a két mártix nem azonos méretű.

d)

$\mathrm{A} \cdot \mathrm{B} = ?$, ha $\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathrm{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A szorzat kiszámolható, mert A mérete 2x**2**, B pedig **2**x3, így A oszlopainak száma megegyezik B sorainak a számával. Emiatt az eredmény mátrix elemeinek kiszámítására alkalmazott skaláris szorzások elvégezhetők.

$$\begin{array}{c|c} \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \\ \hline \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \delta & \omega & \lambda \end{bmatrix} \end{array}$$

α kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 1. oszlopának skaláris szorzataként:

$\alpha = 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 = 1$

β kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$\beta = 1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 = 4$

γ kiszámítása az A mátrix 1. sorának és a B mátrix 3. oszlopának skaláris szorzataként:

$\gamma = 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 4$

δ kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 1. oszlopának skaláris szorzataként:

$\delta = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 = 4$

ω kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$\omega = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 = 12$

λ kiszámítása az A mátrix 2. sorának és a B mátrix 2. oszlopának skaláris szorzataként:

$\lambda = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 9$

Tehát a 2x3-as eredmény mátrix: $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 4 & 12 & 9 \end{bmatrix}$

e) $A \cdot B = ?$, ha $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$

Megoldás:

A szorzás nem végezhető el, mert az A mátrix 2x3-as, a B 2x2-es, vagyis A oszlopainak száma nem egyezik B sorainak a számával. Így az eredmény mátrix kiszámításánál használt skaláris szorzás nem végezhető el, mert különböző méterű vektorokat kéne összeszorozni.

2. Adottak a következő mátrixok:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \end{bmatrix},\ E = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Számítsd ki az alábbi kifejezések értékét, ha elvégezhető a művelet:

A+F; F+B;B+F;D+E; 3C; -2F; A-3B; 2F-B; 4A;
AB; BA; AC;CA; A^2; C^2; DE;CE;BE;EC;EA;AE;BE;DC;CD;DB;FA;

Megoldás:

A+F: Nem végezhető el, mert nem azonos méretűek.

F+B = $\begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

B+F = Ugyan az, mint az előző, mert az összeadás kommutatív.

D+E: Nem végezhető el, mert a méretek nem azonosak (1x3, 3x1).

3C= $\begin{bmatrix} 12 & 3 & 15 \\ 3 & 6 & 0 \\ 6 & -3 & 3 \end{bmatrix}$

-2F= $\begin{bmatrix} -14 & 16 \\ -4 & -12 \end{bmatrix}$

A-3B: Nem végezhető el a méretek miatt.

2F-B= $\begin{bmatrix} 11 & -14 \\ 2 & 11 \end{bmatrix}$

4A= $\begin{bmatrix} 4 & 28 & 20 \\ 8 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

AB: Nem végezhető el.

BA= $\begin{bmatrix} -1 & 19 & 11 \\ 4 & 15 & 12 \end{bmatrix}$

AC= $\begin{bmatrix} 21 & 17 & 10 \\ 13 & 3 & 12 \end{bmatrix}$

CA: Nem végezhető el.

A^2**:** Nem végezhető el.

$C^2 = \begin{bmatrix} 27 & 2 & 25 \\ 7 & 10 & 5 \\ 9 & -2 & 11 \end{bmatrix}$

DE= -11

CE= $\begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ -10 \end{bmatrix}$

BE: Nem végezhető el**.**
EC: Nem végezhető el.
EA: Nem végezhető el.
AE= $\begin{bmatrix} 31 \\ -2 \end{bmatrix}$
BE: Nem végezhető el.
DC= $\begin{bmatrix} 15 & -2 & 17 \end{bmatrix}$
CD: Nem végezhető el.
DB: Nem végezhető el.
FA= $\begin{bmatrix} -9 & 41 & 19 \\ 14 & 20 & 22 \end{bmatrix}$