

Relációk

1. A reflexivitás, szimmetria, antiszimmetria és tranzitivitás közül mely tulajdonságok teljesülnek az alábbi relációkra?

- a) $R = \{(m, n) \mid 2 \mid m + n; m, n \in \mathbb{Z}\}$
- b) $R = \{(m, n) \mid 3 \mid m + n; m, n \in \mathbb{Z}\}$
- c) $R = \{(m, n) \mid 2 \mid m - n; m, n \in \mathbb{Z}\}$
- d) $R = \{(m, n) \mid 3 \mid m - n; m, n \in \mathbb{Z}\}$
- e) $R = \{(m, n) \mid 3 \mid m \cdot n; m, n \in \mathbb{Z}\}$
- f) $R = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2) \mid x_1 \leq x_2, y_1 \leq y_2; x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R} \text{ (valós)}\}$

Megoldás:

- a) reflexív, szimmetrikus, tranzitív
- b) nem reflexív, szimmetrikus, nem tranzitív
- c) reflexív, szimmetrikus, tranzitív
- d) reflexív, szimmetrikus, nem antiszimmetrikus, tranzitív
- e) nem reflexív, szimmetrikus, nem tranzitív
- f) reflexív, antiszimmetrikus, tranzitív (rendezési reláció)

2.1 Rendezési relációk-e a következők?

- a) H a négyzetes, valós elemű mátrixok halmaza $R \subseteq H \times H$, $(\underline{A}, \underline{B}) \in R$, ha $\det \underline{A} \leq \det \underline{B}$.
MO: Nem. Reflexív, nem antiszimmetrikus, tranzitív.

- b) $H = \mathbb{R}^+$, $R \subseteq H \times H$, $(a, b) \in R$, ha $\frac{a}{b} \leq \frac{b}{a}$.
MO: Igen. Reflexív, antiszimmetrikus, tranzitív.

- c) $H = \{\text{az } \{1, 2, 3\} \text{ halmaz hatványhalmaza}\}$, $(A, B) \in R$, ha $A \subseteq B$.
MO: Igen. Reflexív, antiszimmetrikus, tranzitív.

- d) $H = \mathbb{Z}$, $R \subseteq H \times H$, $(a, b) \in R$, ha $a < b$.
MO: Nem. Nem reflexív.

2.2 A fenti rendezési relációk közül melyek teljes-, melyek részben rendezések?

Teljes: b) Részben: c)

3. Egy iskola tanulóinak halmazán adott a következő reláció:

„A tanuló” relációban áll „B tanuló”-val, ha „A tanuló” hajszíne megegyezik „B tanuló” hajszínével.
Döntse el, hogy a fenti reláció vajon rendezési reláció, ekvivalencia reláció, vagy egyik sem?

Mo: Ekvivalencia

4. Egy társasház lakóinak halmazán adott a következő reláció:

„X lakó” relációban áll „Y lakó”-val, ha „X lakó” otthona ugyanazon az emeleten található, mint „Y lakó”-é.

Döntse el, hogy a fenti reláció vajon rendezési reláció, ekvivalencia reláció, vagy egyik sem?

Mo: Ekvivalencia

5. Egy családban, ahol bármely két személynek különböző napra esik a születésnapja, tekintjük azt a relációt, mely szerint x személy relációban áll y személlyel, ha x nem idősebb y -nál. Milyen reláció ez? (Ha rendezés, akkor teljes rendezés-e ez a reláció?)

Mo: rendezés és teljes rendezés