

## Nulladrendű logika

### 1. Bizonyítsa be igazságtáblával.

- a)  $(A \wedge B) \rightarrow (\neg C \wedge (A \vee B)) \equiv \neg A \vee \neg B \vee \neg C$
- b)  $\neg(A \rightarrow C) \vee \neg(B \rightarrow C) \equiv \neg((A \vee B) \rightarrow C)$
- c)  $((\neg A \vee B) \rightarrow C) \wedge \neg(B \rightarrow A) \equiv \neg A \wedge B \wedge C$
- d)  $\neg(((A \rightarrow B) \rightarrow \neg(C \wedge \neg B)) \equiv \neg(B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B)$
- e)  $(A \vee B) \rightarrow (\neg C \wedge D) \equiv (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee D) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee D)$

### 2. Formalizálja a következő mondatokat.

- a) Esik az eső, de nincsen hideg, és a szél sem fúj.
- b) Ha hazajössz, és be is vásárolsz, nekem nem kell lemennem és megfőzhetem az ebédet.
- c) Rizikó nélkül nincs kockázat.
- d) Vadászik, vagy, ha nem esik, és meleg van, kertészkedik.
- e) Ha Anna iszik Daniella boldogtalan lesz.
- f) Nem igaz, hogy ha Barna eladja a házat, akkor Daniella boldogtalan lesz.
- g) A tavasz közeledtével a virágok kinyílnak, a fiókák kirepülnek és a természet nem alszik tovább.
- h) Ha a felhők közeledtével nem viszek esernyőt, akkor valószínűleg nem csak meggondolatlan vagyok, hanem el is fogok ázni.
- i) Elmegyek itthonról, sőt találkozom a barátaimmal, amint sikeresen megírtam a logika zht.
- j) Nem tanulom meg a logikát, amíg egy házi feladatot se oldottam meg önállóan.

**3.Feladat.** Bizonyítsa be a definíció alapján, hogy helyes a Hipotetikus szillogizmus következtetési séma! Hipotetikus szillogizmus:  $\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \vdash \gamma$

**4. Feladat.** Bizonyítsa be a definíció alapján, hogy helyes a Modus tollendo ponens következtetési séma! Modus tollendo ponens:  $\{\alpha \vee \beta, \neg \beta\} \vdash \alpha$

**5. Feladat.** Bizonyítsa igazságtáblával, hogy helyes az alábbi következtetési séma:

$$\begin{array}{l} A \rightarrow (B \wedge C) \\ \neg B \vee \neg C \\ \hline \neg A \end{array}$$

**6 .Feladat.** Hozzuk KNF.-re a következő formulákat:

(Konjunktív normál forma: diszjunkciók konjunkciója)

- a)  $(\neg A \rightarrow C) \rightarrow \neg B$
- b)  $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
- c)  $((\neg A \vee B) \rightarrow C) \wedge \neg(B \rightarrow A)$

d)  $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow \neg(C \wedge \neg B))$

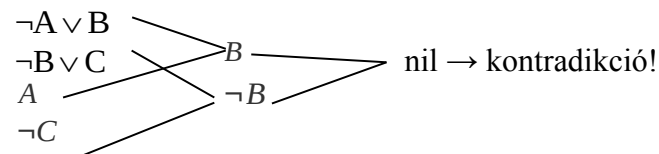
e)  $(A \vee B) \rightarrow (\neg C \wedge D)$

**7. Feladat.** Mutassuk meg, hogy  $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$  tautológia.

Mo: Első lépésben hozzuk KNF-re:

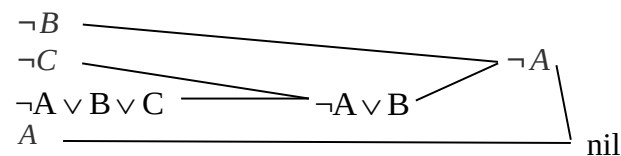
$$\neg([(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)) \equiv [(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)] \wedge (A \wedge \neg C)$$

Második lépés rezolúció:



**8. Feladat.** Bizonyítsuk, hogy  $[\neg B \wedge \neg C \wedge (A \rightarrow (B \vee C))] \rightarrow \neg A$  tautológia

Mo: Átalakítva:  $\neg B \wedge \neg C \wedge [\neg A \vee (B \vee C)] \wedge A$



**9. Feladat:** Bizonyítsuk, hogy helyes az alábbi következtetési séma:

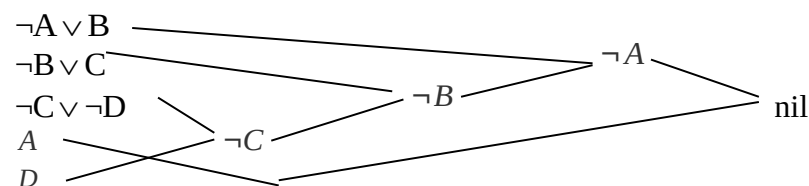
$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$\neg(C \wedge D)$$

$$A \rightarrow \neg D$$

Mo:  $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge \neg(C \wedge D)) \wedge A \wedge D \equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge A \wedge D$



**10. Feladat.** Bizonyítsd be, hogy helyes a következő következtetési séma:

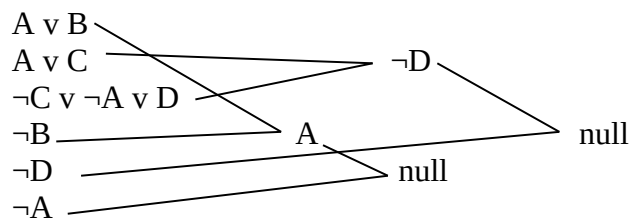
$$\neg A \rightarrow (B \wedge C)$$

$$(C \wedge A) \rightarrow D$$

$$\neg B$$

$$\neg D \rightarrow A$$

Mo: konjunktív normálforma:  $(\neg A \rightarrow (B \wedge C)) \wedge ((C \wedge A) \rightarrow D) \wedge \neg B \wedge \neg(\neg D \rightarrow A) \equiv$   
 $(A \vee (B \wedge C)) \wedge (\neg(C \wedge A) \vee D) \wedge \neg B \wedge \neg(D \vee A) \equiv$   
 $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg A \vee D) \wedge \neg B \wedge \neg D \wedge \neg A$



**11. Feladat.** Bizonyítsd be rezolúcióval, hogy az  $(A \rightarrow \neg B) \vee (C \rightarrow (A \wedge B))$  mondat tautológia!

**12. Feladat.** Nulladrendű logikai rezolúció segítségével igazolja, hogy az első négy állítás következménye az ötödik.

- Ha a virágok korán nyílnak, nem lesz probléma az idei mézterméssel.
- Ha a méhek nem porozzák be a virágokat, akkor probléma lesz az idei mézterméssel.
- Egyszerre nem tudják a méhek beporozni a virágokat és elrepülni délre.
- A virágok korán nyílnak
- A méhek nem repülnek délre.

**13. Feladat.** Formalizáljuk a mondatokat (nulladrend), majd bizonyítsd be, hogy az első három mondan következménye a negyedik.

*Nem igaz, hogy esik és jó idő van.  
 Ha dörög az ég, akkor villámlik.  
 Ha villámlik, akkor esik.  
 Ha dörög az ég, akkor nincs jó idő!*