

Logika 3. konzultáció

1) Igazságtábla

a) Add meg a $\neg((A \rightarrow B) \rightarrow A) \vee ((A \vee B) \wedge A)$ formula kiértékelését minden interpretációban!

A	B	\neg	$(A \rightarrow B)$	$\rightarrow A$	\vee	$((A \vee B) \wedge A)$	
sorrend		3.	1.	2.	6.	4.	5.
I	I	H	I	I	I	I	I
I	H	H	H	I	I	I	I
H	I	I	I	H	I	I	H
H	H	I	I	H	I	H	H

b) Add meg a $((\neg B \rightarrow C) \vee (A \wedge B)) \rightarrow (\neg A)$ formula kiértékelését minden interpretációban!

A	B	C	$(\neg B \rightarrow C)$	\vee	$(A \wedge B)$	\rightarrow	$(\neg A)$	
sorrend			1.	2.	4.	3.	6.	5.
I	I	I	H	I	I	H	H	
I	I	H	H	I	I	H	H	
I	H	I	I	I	H	H	H	
I	H	H	I	H	H	I	H	
H	I	I	H	I	I	I	I	
H	I	H	H	I	I	I	I	
H	H	I	I	I	H	I	I	
H	H	H	I	H	H	I	I	

2) Formalizáljuk a következő mondatokat!

- Ödön vagy Jakab otthon van, de nincs otthon mind a kettő.
megoldás: $[(\text{Ödön otthon van}) \vee (\text{Jakab otthon van})] \wedge \neg[(\text{Ödön otthon van}) \wedge (\text{Jakab otthon van})]$
- Ha nem esik az eső, de süt a nap, vagy a szél fúj, akkor elindulunk és szerencsésen megérkezünk; vagy megváltozik az idő, és tábort verünk, vagy visszafordulunk.
megoldás: $[(\neg(\text{esik az eső})) \wedge ((\text{süt a nap}) \vee \neg(\text{fúj a szél}))] \rightarrow ((\text{elindulunk}) \wedge (\text{szerencsésen megérkezünk}))] \vee ((\text{megváltozik az idő}) \wedge ((\text{tábort verünk}) \vee (\text{visszafordulunk})))$
- Szivárványt csak akkor láthatunk, ha a nap is süt, és az eső is esik, és nincsen dél.
megoldás: $(\text{szivárványt látok}) \rightarrow ((\text{süt a nap}) \wedge (\text{esik az eső}) \wedge \neg(\text{dél van}))$

3) Disztributív szabályok

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

A	B	C	$A \wedge (B \vee C)$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
I	I	I	I	I
I	I	H	I	I
I	H	I	I	I
I	H	H	H	H
H	I	I	H	H
H	I	H	H	H
H	H	I	H	H
H	H	H	H	H

4) Következtetési sémák

Def.: Modellelméleti vagy szemantikus következményfogalom: Azt mondjuk, hogy az $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ formulahalmaz következménye a β formula, ha minden olyan interpretációban, amelyben az $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ formulák igazak, β is igaz.

Bizonyítsd a **hipotetikus szillogizmus** helyességét háromféleképpen!

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \models_0 \alpha \rightarrow \gamma$$

a)

α	β	γ	$\alpha \rightarrow \beta$	$\beta \rightarrow \gamma$	$\alpha \rightarrow \gamma$
I	I	I	I	I	I
I	I	H	I	H	H
I	H	I	H	I	I
I	H	H	H	I	H
H	I	I	I	I	I
H	I	H	I	H	I
H	H	I	I	I	I
H	H	H	I	I	I

b) Tétel: $\alpha \models_0 \beta$ akkor és csak akkor, ha $\alpha \rightarrow \beta$ tautológia.

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \models_0 \alpha \rightarrow \gamma \equiv ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma) \text{ Tautológia}$$

α	β	γ	$(\alpha \rightarrow \beta) \wedge \beta \rightarrow \gamma$	$\alpha \rightarrow \gamma$
sorrend			1	4
			3	2
I	I	I	I	I
I	I	H	H	H
I	H	I	I	I
I	H	H	I	H
H	I	I	I	I
H	I	H	H	I
H	H	I	I	I
H	H	H	I	I

c) **Tétel:** $\alpha \models_0 \beta$ akkor és csak akkor, ha $\alpha \wedge \neg \beta$ azonosan hamis.

$$\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \models_0 \alpha \rightarrow \gamma \equiv ((\alpha \rightarrow \beta) \wedge \beta \rightarrow \gamma) \wedge \neg(\alpha \rightarrow \gamma) \text{ Tautológia}$$

α	β	γ	$(\alpha \rightarrow \beta)$	\wedge	$\beta \rightarrow \gamma$	\wedge	\neg	$\alpha \rightarrow \gamma$
sorrend			1	3	2	6	5	4
I	I	I	I	I	I	H	H	I
I	I	H	I	H	H	H	I	H
I	H	I	H	H	I	H	H	I
I	H	H	H	H	I	H	I	H
H	I	I	I	I	I	H	H	I
H	I	H	I	H	H	H	H	I
H	H	I	I	I	I	H	H	I
H	H	H	I	I	I	H	H	I

5) Alakítsd KNF-re!

a. $(A \rightarrow D) \rightarrow C \equiv (\neg A \vee B) \rightarrow C \equiv \neg(\neg A \vee B) \vee C \equiv (A \wedge \neg B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (A \vee \neg B)$

b. $A \wedge (B \rightarrow C) \equiv A \wedge (\neg B \vee C) \equiv (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge C) \equiv [(A \wedge \neg B) \vee A] \wedge [(A \wedge \neg B) \vee C] \equiv [(A \vee A) \wedge (\neg B \vee A)] \wedge [(A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)] \equiv A \wedge (\neg B \vee A) \wedge (A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)$

6) Igazold rezolúcióval!

c. Első feladat

- A kertben kutya, macska, vagy rigó lakhat, de egyikük biztosan.
- Rigó és macska nem lakik egy kertben.
- A kertben négy lábú biztos lakik.
- A kertben lakik rigó.
- **Következmény:** A kertben kutya és rigó lakik.

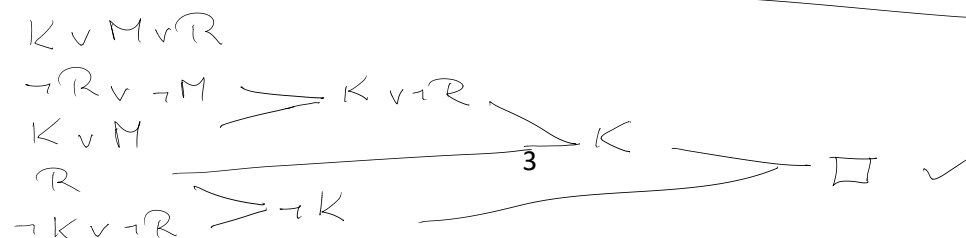
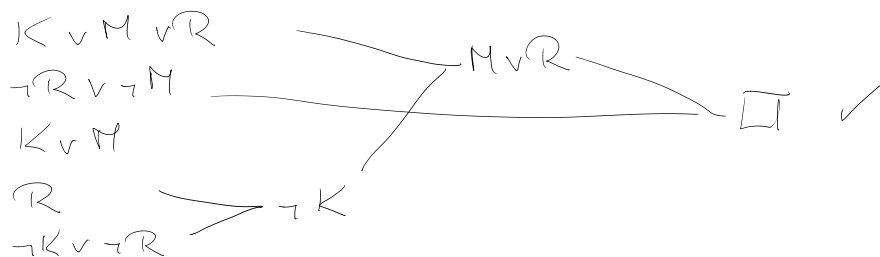
1) $K \vee M \vee R$

2) $\neg(R \wedge M) = (\neg R \vee \neg M)$

3) $K \vee M$

4) R

K) $K \wedge R \rightarrow \neg(K \wedge R) \equiv \neg K \vee \neg R$



d. Egy nyomozás során három gyanúsítottunk van: A, B és C. A nyomozó a gyanúsítottak kihallgatása során az alábbi következtetésekre jutott:

- Ha A bűnös és B nem bűnös, akkor C is bűnös.
- C soha nem dolgozik egyedül
- A soha nem dolgozik C-vel
- csak A vagy B vagy C lehetnek a tettesek
- Köv.: B a tettes

$$1) (A \wedge \neg B) \rightarrow C \equiv \neg(A \wedge \neg B) \vee C \equiv \neg A \vee B \vee C$$

$$2) C \rightarrow (A \vee B) \equiv \neg C \vee A \vee B$$

$$3) \neg A \vee \neg C$$

$$4) A \vee B \vee C$$

$$1) B \Rightarrow \neg B$$

$$\neg A \vee B \vee C$$

$$\neg C \vee A \vee B$$

$$\neg A \vee \neg C$$

$$A \vee B \vee C$$

$$\neg B$$

